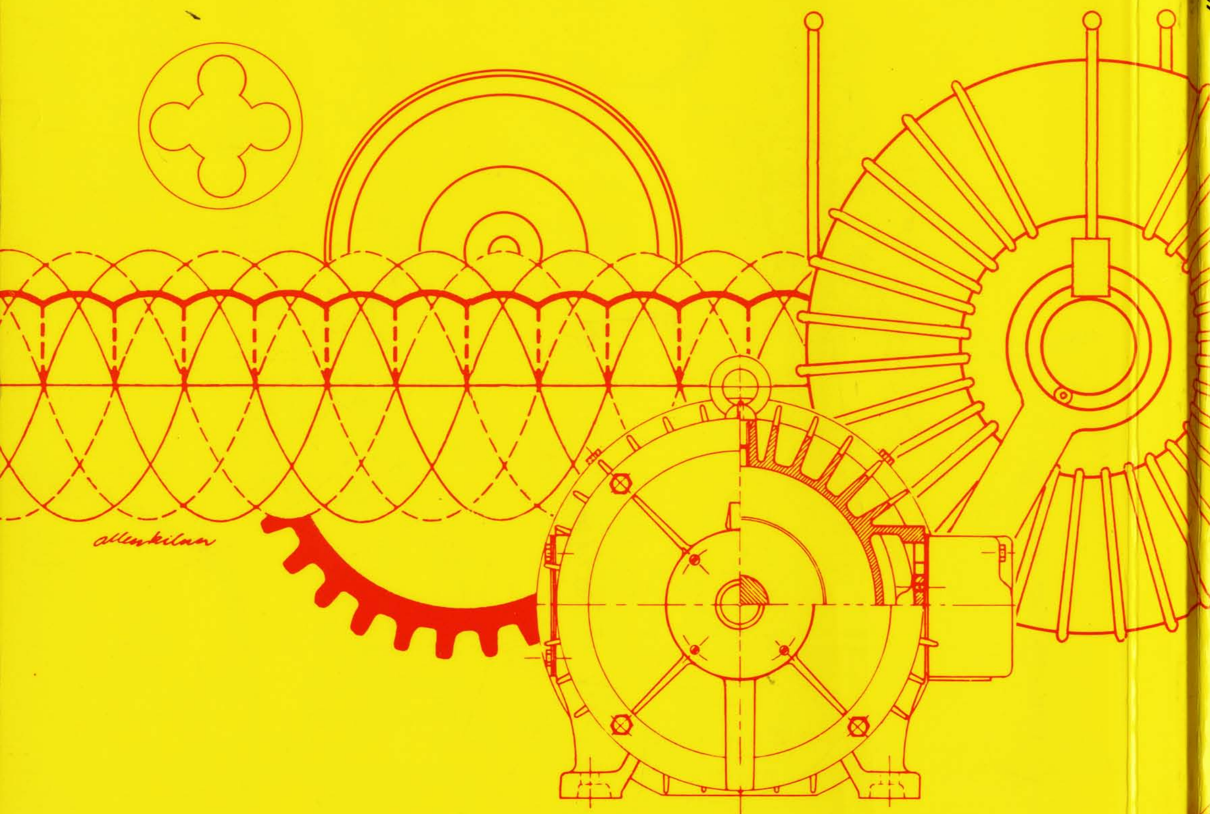
«Fortec» **Formulaire Technique**

Le succès remporté par cet ouvrage dans les milieux professionnels a permis :
— de sortir une septième édition,
— de le traduire en langue allemande sous le titre "Technische Formeln mit SI-Einheiten", Sauerländer AG, 5001 Aarau.

Son but est d'offrir un outil de travail simple, clair, efficace aux professionnels ainsi qu'à toute personne liée de près ou de loin à la métallurgie, à la mécanique ou à l'électricité. Composer et présenter un recueil de formules pratiques, accompagnées de tables, est une tâche ardue. La sélection des matières indispensables à la bonne résolution des calculs pour chaque métier comporte de nombreux écueils : un excès de matière dans un formulaire présente autant d'inconvénients qu'une trop grande concision.
La mise en page exige une grande rigueur dans la présentation des formules si on veut un manuel facile à utiliser, permettant de disposer rapidement du renseignement que l'on cherche.
En outre, les unités à appliquer doivent être clairement exprimées de manière à ne jamais laisser le lecteur dans le doute.
L'auteur espère avoir surmonté ces difficultés.

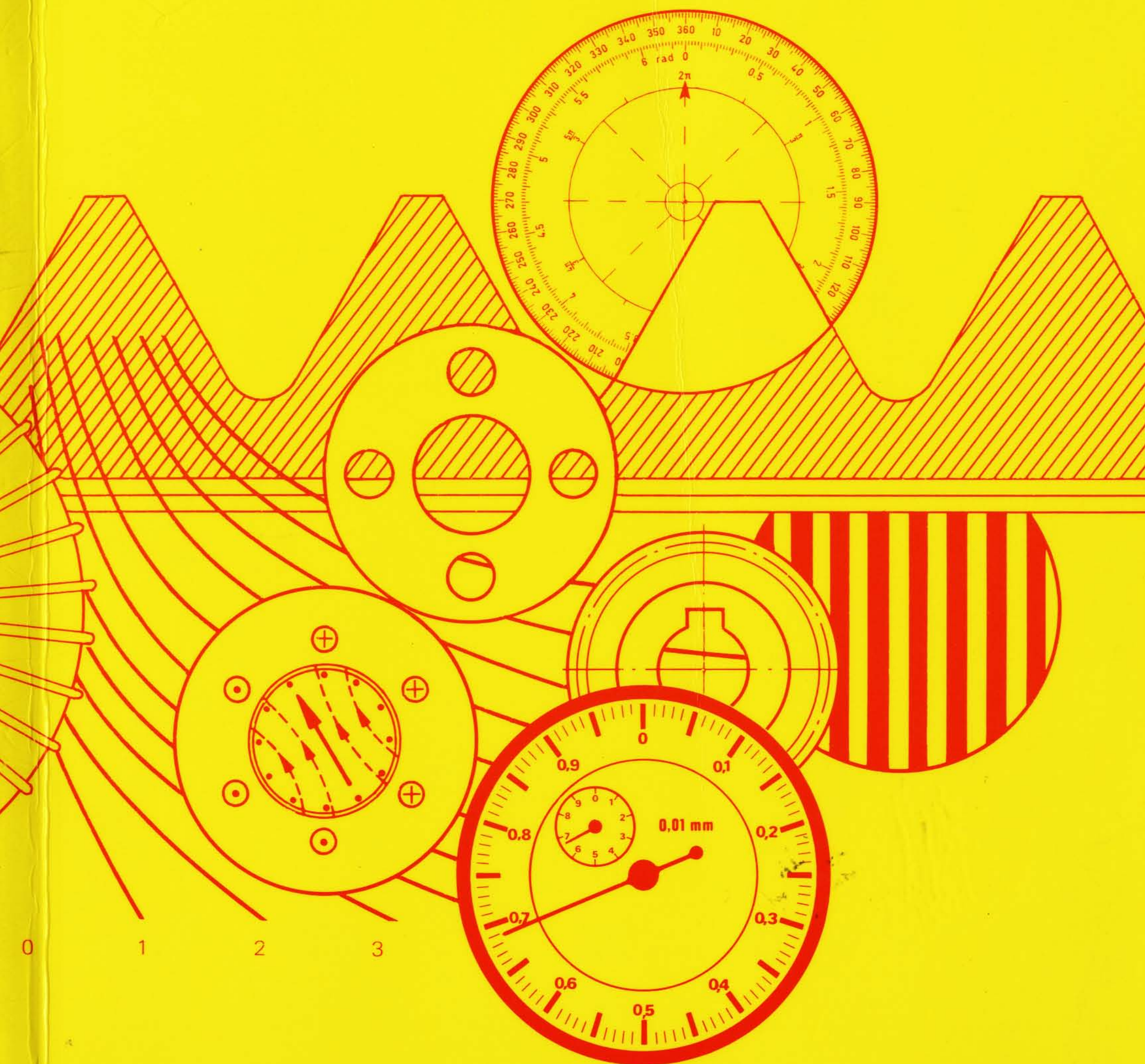


Ch. Pache Formulaire Technique «Fortec»

Charles Pache

«Fortec» Formulaire Technique

À L'USAGE DES PROFESSIONS DE LA MÉTALLURGIE
DE LA MÉCANIQUE ET DE L'ÉLECTRICITÉ

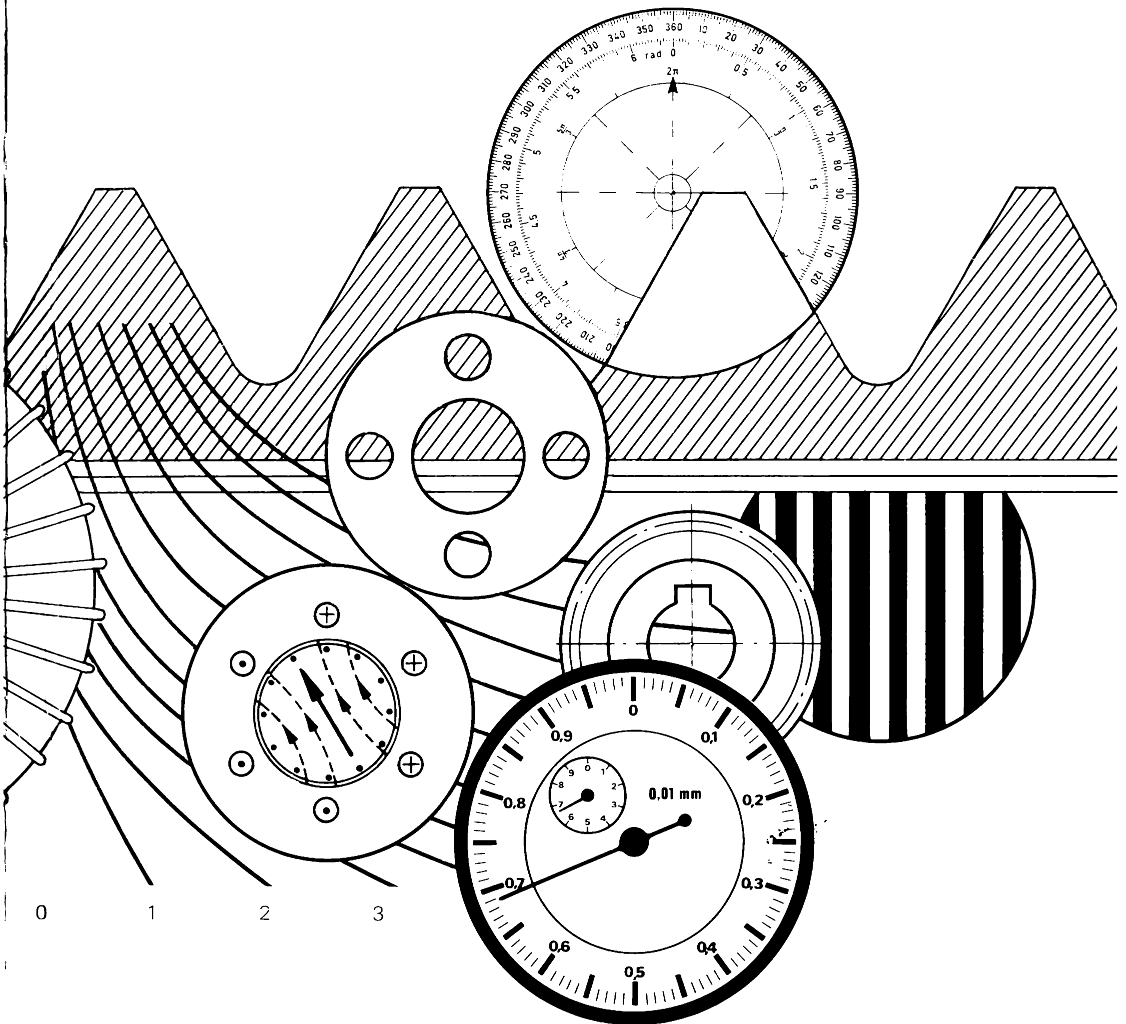


Editec

Charles Pache

«Fortec» Formulaire Technique

À L'USAGE DES PROFESSIONS DE LA MÉTALLURGIE
DE LA MÉCANIQUE ET DE L'ÉLECTRICITÉ

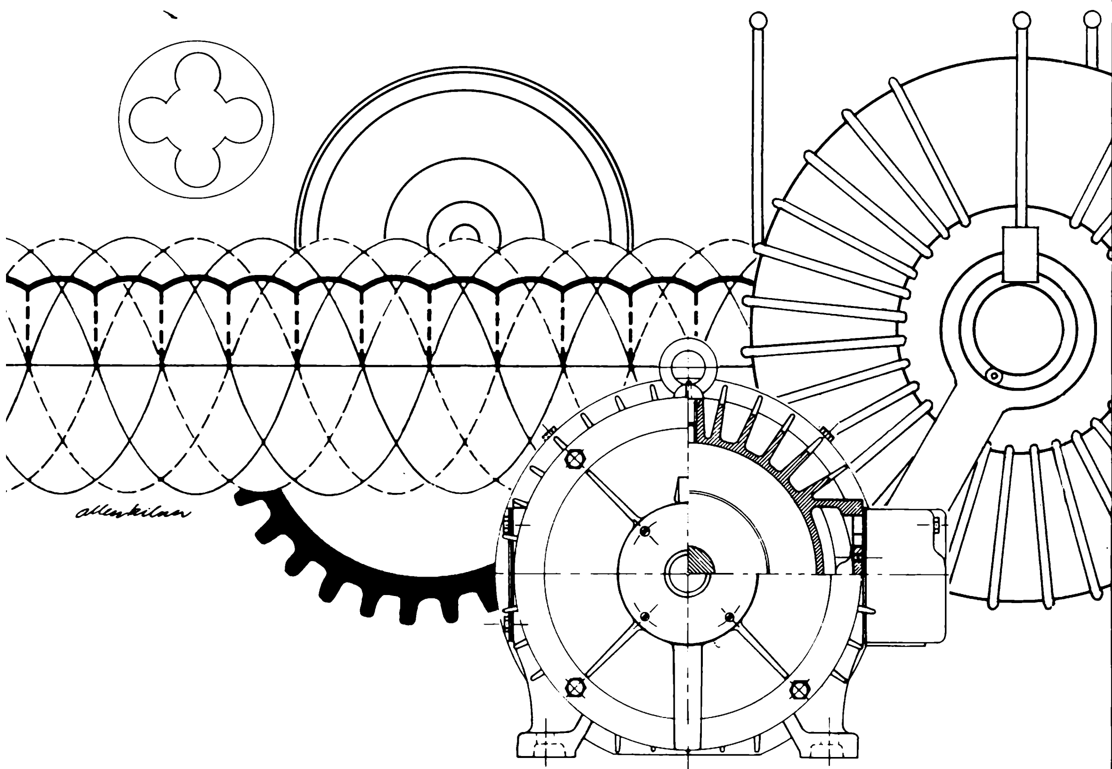


Editec

«Fortec» Formulaire Technique

Le succès remporté par cet ouvrage dans les milieux professionnels a permis :
- de sortir une septième édition,
- de le traduire en langue allemande sous le titre "Technische Formeln mit SI-Einheiten", Sauerländer AG, 5001 Aarau.

Son but est d'offrir un outil de travail simple, clair, efficace aux professionnels ainsi qu'à toute personne liée de près ou de loin à la métallurgie, à la mécanique ou à l'électricité. Composer et présenter un recueil de formules pratiques, accompagnées de tables, est une tâche ardue. La sélection des matières indispensables à la bonne résolution des calculs pour chaque métier comporte de nombreux écueils : un excès de matière dans un formulaire présente autant d'inconvénients qu'une trop grande concision.
La mise en page exige une grande rigueur dans la présentation des formules si on veut un manuel facile à utiliser, permettant de disposer rapidement du renseignement que l'on cherche.
En outre, les unités à appliquer doivent être clairement exprimées de manière à ne jamais laisser le lecteur dans le doute.
L'auteur espère avoir surmonté ces difficultés.



Charles Pache

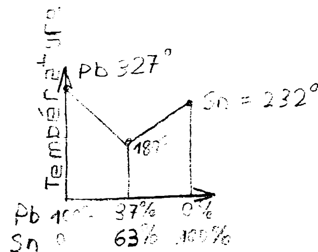
«Fortec» Formulaire Technique

A l'usage des professions de la métallurgie
de la mécanique et de l'Electricité

7e Edition

Editec

1987



Pb 327°
Sn = 232°
37%
63%

Conversion des unités

Tableau basé sur l'équivalence entre système MKpS et système SI.

Remarque: dans les applications techniques et commerciales du système périmé des mécaniciens MKpS, l'unité de force a 2 noms: le kilogramme kg et le kilogramme-poids ou kilopond kp. Afin d'éviter toute confusion dans le présent ouvrage, nous avons conservé uniquement le kilogramme-force kp dans les équivalences avec le SI. La notion de poids-volumique, qui s'exprimait en kilogramme-force par décimètre cube, a été abolie par SI qui utilise uniquement la notion de **masse volumique** ϱ dont l'unité est le kilogramme-masse par mètre cube [kg/m³] ou les sousmultiples [kg/dm³] et [g/cm³]. Voir page 20.

Masse	kg	$\frac{kp \cdot s^2}{m}$
1 kg (SI)	1	0,102
$1 \frac{kp \cdot s^2}{m}$	9,81	1

Force	newton N	kilogramme-poids kp
1 N (SI)	1	0,102
1 kp	9,81	1

Pression	pascal Pa $= \frac{N}{m^2}$	bar $= \frac{daN}{cm^2}$	at $= \frac{kp}{cm^2}$	atm $= \begin{cases} 760 \text{ mm Hg} \\ 760 \text{ Torr} \end{cases}$
1 Pa (SI) $= 1 \frac{N}{m^2}$	1	10^{-5}	$1{,}02 \times 10^{-5}$	$0{,}987 \times 10^{-5}$
1 bar	10^5	1	1,02	0,987
$1 \frac{kp}{cm^2}$	98100	0,981	1	0,968
1 atm	101000	1,01	1,03	1

Energie	joule J 1 J = 1 Nm = 1 Ws	kWh	kpm	kcal	chh
1 J (SI)	1	$2{,}78 \times 10^{-7}$	0,102	$2{,}39 \times 10^{-4}$	$3{,}78 \times 10^{-7}$
1 kWh	$3{,}6 \times 10^6$	1	$3{,}67 \times 10^5$	860	1,36
1 kpm	9,81	$2{,}72 \times 10^{-6}$	1	$2{,}34 \times 10^{-3}$	$3{,}7 \times 10^{-6}$
1 kcal	4190	$1{,}16 \times 10^{-3}$	427	1	$1{,}58 \times 10^{-3}$
1 chh	$2{,}65 \times 10^6$	0,736	$2{,}7 \times 10^5$	632	1

Puissance	watt W 1 W = 1 J/s = 1 Nm/s	$\frac{kpm}{s}$	ch	$\frac{kcal}{s}$
1 W (SI)	1	0,102	$1{,}36 \times 10^{-3}$	$2{,}39 \times 10^{-4}$
$1 \frac{kpm}{s}$	9,81	1	$\frac{1}{75}$	$2{,}34 \times 10^{-3}$
1 ch	736	75	1	0,176
$1 \frac{kcal}{s}$	4190	427	5,69	1

Les nombres donnés dans ce tableau sont des valeurs pratiques arrondies au 3e chiffre. Voici quelques valeurs exactes :
$g_n = 9{,}806\,65$ m/s², 1 kcal = 4186,8 J, 1 ch = 735,498 W, 1 atm = 1,013 25 bar, 1 Torr = 1 mm Hg = 1,332 24 mbar.

Etant donné que la technique et la physique appliquent les mêmes unités – unités SI –, le Système International a pour mission de remplacer tous les systèmes de mesure en vigueur jusqu'à présent, différents du SI.

Structure

Le Système International comprend trois classes d'unités : *unités de base*, *unités supplémentaires* et *unités dérivées*.

1. Tout le système d'unités SI est défini exactement par *sept unités de base* :

longueur	mètre	m
masse	kilogramme	kg
temps	seconde	s
intensité de courant électrique	ampère	A
température thermodynamique	kelvin	K
quantité de matière	mole	mol
intensité lumineuse	candela	cd

L'unité de base mol a seulement une valeur scientifique.
Les définitions exactes des unités de base sont données en page 17.
Au niveau de nos connaissances actuelles, toute grandeur physique mesurable peut être exprimée en fonction d'une combinaison de ces 7 unités de base.

2. Deux unités, appelées *unités supplémentaires*, permettent de mesurer les angles :

Angle plan : le radian, rad   Angle solide : le stéradian, sr

Le radian et le stéradian peuvent être traités, soit comme unités de base, soit comme unités dérivées.

3. Les *unités dérivées* sont le résultat de la combinaison algébrique des unités mentionnées ci-dessus. Elles sont définies par les équations dimensionnelles, équations dans lesquelles les unités de base sont introduites en utilisant les signes mathématiques de multiplication et de division; l'unité dérivée en sortira sous la forme d'un produit ou d'un quotient.
Ex. : produit Nm, quotient m/s.

De l'équation de définition à l'équation dimensionnelle

Afin de mieux comprendre les relations qui lient les unités, précisons la manière de s'exprimer en physique. Les phénomènes naturels, les états, les actions sont décrits au moyen de notions variables et mesurables appelées *grandeurs*. Exemples : longueur l, volume V, temps t, masse m, force F, température ϑ, etc. Mesurer une grandeur c'est la *comparer* à une grandeur de même espèce : l'*unité* (le mètre m, la seconde s, l'ampère A,...). Ainsi, la mesure d'une grandeur conduit à un nombre qui indique *combien de fois* l'unité peut être contenue dans la grandeur :

$$\text{nombre} = \frac{\text{grandeur}}{\text{unité}} \qquad \text{ou encore} \qquad \boxed{\text{grandeur} = \text{nombre} \times \text{unité}}$$

Pour que l'interprétation d'une grandeur ne laisse pas de doute, l'unité doit toujours accompagner le nombre. Exemples : $l = 5$ m, $t = 20$ s, $F = 12$ N.
Une grandeur peut être *mesurée* en la comparant à l'unité, ou *calculée* en utilisant son *équation de définition*.
Exemples : aire = longueur x largeur ($A = l \cdot b$), force = masse x accélération ($F = m \cdot a$).
Dès l'instant où un système d'unités de base a été choisi, les *unités* des *grandeurs dérivées* ne peuvent plus être fixées arbitrairement, mais doivent dériver des *équations dimensionnelles*. L'équation di-

mensionnelle n'est rien d'autre que l'équation de définition dans laquelle les symboles des grandeurs sont placés entre crochets [ ] : par cette présentation, ils reçoivent le caractère d'unité. Exemple : $[l]$ se lit "unité de longueur" et sera remplacé dans l'équation dimensionnelle par m (mètre).
Définissons l'unité SI de vitesse : l'équation de définition $v = s/t$ nous conduit à l'équation dimensionnelle, et par elle à l'unité de vitesse :

$$[v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Autres exemples.

Unité SI de force : équation de définition : $F = m \cdot a$

équation dimensionnelle : $[F] = [m] \cdot [a] = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = \text{newton} = \text{N}$

Unité SI de puissance : équation de définition : $P = \frac{F \cdot s}{t}$

équation dimensionnelle : $[P] = \frac{[F] \cdot [s]}{[t]} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{s}} = \text{watt} = \text{W}$

Certaines unités dérivées employées fréquemment, ont été désignées par un *nom* afin d'en faciliter la lecture et l'écriture. Dans ces cas, *seul le nom* représente l'unité, et non plus l'expression de dérivation !
Exemples : le kgm/s^2 n'est *pas* l'unité de force, mais : newton N;
le watt W est l'unité de puissance, et *non* les expressions J/s et Nm/s.
Par contre, certaines unités dérivées n'ont pas de nom particulier : m^3, m/s, kg/m^3, etc.

Lors du développement de certaines équations dimensionnelles, le nom particulier de l'unité ou son symbole doit être remplacé par l'expression de dérivation. Il en va de même lorsqu'on veut vérifier l'exactitude d'une équation de définition : $\text{Hz} \rightarrow \frac{1}{\text{s}}$, $\Omega \rightarrow \text{V/A}$, $\text{J} \rightarrow \text{Nm}$, $\text{W} \rightarrow \text{J/s} \rightarrow \text{Nm/s}$, $\text{C} \rightarrow \text{As}$, $\text{Wb} \rightarrow \text{Vs}$, $\text{T} \rightarrow \text{Wb/m}^2 \rightarrow \text{Vs/m}^2$, $\text{rad} \rightarrow \text{m/m}$, etc.

Exemple : $[m] = \frac{[F]}{[a]} = \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{m}} = \text{kg}$.

Chaque grandeur a *une seule* unité SI.

Cohérence des unités SI

Un système d'unités est dit *cohérent* lorsque les unités dérivées sont obtenues par l'utilisation d'un nombre aussi réduit que possible d'unités de base dans des relations géométriques ou physiques, où les facteurs numériques sont *toujours ramenés à* 1.

Exemples : $1\ \text{m} \cdot 1\ \text{m} = 1\ \text{m}^2$, $1\ \text{V} \cdot 1\ \text{A} = 1\ \text{W}$, $\frac{1\ \text{N} \cdot 1\ \text{m}}{1\ \text{s}} = 1\ \text{W}$ } facteur numérique toujours égal à 1

Toutes les unités SI sont cohérentes.

Par contre sont *incohérentes* toutes les unités dont le facteur numérique n'est pas égal à 1.
Exemples : 1 ch = 75 kpm/s, 1 kcal = 427 kpm.

Unités hors du SI, pouvant être utilisées avec les unités SI.
Certaines unités, hors du SI, sont néanmoins reconnues par le CIPM[1] comme devant être maintenues en raison de leur importance pratique ou en raison de leur intérêt dans des domaines particuliers.

Unités de temps		Unités d'angle		Unité de capacité		Unité de masse		Unité de pression pour les fluides	
minute	min	degré	°	litre	l	tonne	t	bar	bar (invariable)
heure	h	minute	′						
jour	d	seconde	″						

1) CIPM = Comité International des Poids et Mesures

Multiples des unités SI

Les préfixes SI ci-dessous peuvent être utilisés pour former les multiples ou sous-multiples *décimaux* des unités SI. Le symbole d'un préfixe est combiné avec le symbole de l'unité auquel il est directement lié, sans espace et sans point de multiplication : il forme avec lui une *nouvelle unité* qui peut être combinée avec d'autres unités. Exemple : kW et *non* k · W .

Facteur par lequel l'unité est multipliée	Préfixe		Facteur par lequel l'unité est multipliée	Préfixe	
	Nom	Symbole		Nom	Symbole
10^{12}	téra	T	10^{-1}	déci	d
10^{9}	giga	G	10^{-2}	centi	c
10^{6}	mega	M	10^{-3}	milli	m
10^{3}	kilo	k	10^{-6}	micro	µ
10^{2}	hecto	h	10^{-9}	nano	n
10	déca	da	10^{-12}	pico	p
10^{15}	péta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a

Remarque 1. Les préfixes composés ne doivent pas être employés; par exemple, écrire nm (nanomètre) et non mµm (millimicromètre).

Remarque 2. Les normes recommandent l'emploi d'un seul préfixe pour former un multiple d'une unité SI composée.

Exemples :					
	N · m	se convertira en	N · mm	ou encore en	kN · m
	A/m^2	se convertira en	A/cm^2	ou encore en	MA/m^2

Le daN/mm^2, utilisé principalement en résistance des matériaux, en a deux. Raison : l'équivalence avec le système des mécaniciens MKpS s'en trouve facilitée. $1\ kp/mm^2 \approx 1\ daN/mm^2$, avec 2 % d'erreur. Cependant, seul le N/mm^2 devra être conservé.

Remarque 3. Il n'y a pas de préfixe pour les unités d'angle et les unités de température.

Remarque 4. Du fait que l'unité de base pour la masse kg contient le préfixe SI "kilo", les noms des multiples et sous-multiples sont composés avec le mot "gramme". Exemple : mg (milligramme) et non pas µkg (microkilogramme). La tonne t et ses multiples est acceptée par ISO.

Recommandations pour l'application des préfixes

Le choix d'un multiple ou sous-multiple d'une unité SI est régi, avant tout, par la commodité d'emploi qui en résulte. On le choisira de telle sorte que la valeur numérique soit comprise entre 0,1 et 1000.

Exemples :

Unités SI	Conversion	Unités pratiques
30 000 W	$30 \cdot 10^{3}$ W	30 kW
8 000 N	$8 \cdot 10^{3}$ N	8 kN ou 800 daN
0,0025 s	$2{,}5 \cdot 10^{-3}$ s	2,5 ms
0,0582 m	$58{,}2 \cdot 10^{-3}$ m	58,2 mm
680 000 N/m^2 ou Pa	$680 \cdot 10^{3}\ N/m^2$	680 kN/m^2 ou 680 kPa
ou encore	$6{,}8 \cdot 10^{5}\ N/m^2$	6,8 bar
0,000 000 028 F	$28 \cdot 10^{-9}$ F	28 nF
370 000 000 N/m^2	$370 \cdot 10^{6}\ N/m^2 = 370\ \frac{10^6\ N}{10^6\ mm^2}$	370 N/mm^2 ou 37 daN/mm^2

Préfixes et calculs

L'utilisation des multiples et sous-multiples dans les calculs peut conduire à des erreurs; il est facile de les éviter en exprimant toutes les grandeurs en unités SI, c'est-à-dire en exprimant les données du calcul en puissance de 10. Exemple : $C = 80\,\mu F = 80 \cdot 10^{-6}\,F$, $U = 220\,kV = 220 \cdot 10^{3}\,V$, $p = 3\,bar = 3 \cdot 10^{5}\,N/m^{2}$ ou Pa, $F = 50\,daN = 500\,N$, $m = 12\,t = 12 \cdot 10^{3}\,kg$, $f = 25\,MHz = 25 \cdot 10^{6}\,1/s$.

Façon d'écrire les symboles des grandeurs, des unités et des préfixes

Symbole des grandeurs (formules)	italique	*m, F, d, μ, A, N, W, ϱ*
Symboles des unités	droite	m, F, kg, s, A, N, W
Symboles des préfixes	droite	m, f, d, μ, M, k, n

Ce formulaire (FORTEC) est imprimé en respectant cette règle, ce qui évite des confusions dans l'interprétation des symboles. Cette différentiation n'est plus possible dans l'écriture manuelle.

Un symbole n'est jamais suivi d'un point d'abréviation; il suit immédiatement le nombre et reste invariable. Exemples : 15 m, 3 A, 20 Pa.

Par contre, tous les noms d'unités sont des noms communs, même s'ils dérivent du nom d'un savant; leur initiale est une lettre minuscule et ils suivent au pluriel les règles habituelles de la grammaire. Exemple : trois newtons, quinze watts, huit pascals.

S'il y a risque de confusion entre le symbole d'un multiple ou sous-multiple (ex. : millinewton mN) et celui d'une unité dérivée (ex. : newtonmètre Nm), il est indispensable de différencier clairement le symbole de l'unité dérivée par l'emploi du signe de multiplication (·) ou de division (–) (/).
Exemples :

Newtonmètre →	N · m ↓ avec point de multiplication	plutôt que	Nm ↓ sans point de multiplication	, mais jamais	mN ↓ qui se lit "millinewton"	
Mètre par seconde →	$\frac{m}{s}$	ou bien m/s	ou encore	$m \cdot s^{-1}$, mais jamais	$ms^{-1} = \frac{1}{ms}$ ↓ ↓ qui se lit "milliseconde réciproque"	

Prononciation

Le signe du quotient (–) ou (/) doit être lu "par" ou "à la, au".

Exemples :			
m/s	mètre par seconde	ou	mètre à la seconde
km/h	kilomètre par heure	ou	kilomètre à l'heure
rad/s	radian par seconde	ou	radian à la seconde
A/mm^2	ampère par millimètre carré	ou	ampère au millimètre carré

La stricte observation des règles concernant les noms et symboles d'unités doit être regardée comme un souci d'honnêteté, voir d'élégance professionnelle !

Grandeur physique Nom	Symbole	Unité SI Nom	autres unités	Symbole	Relations
Espace et temps					
angle plan	$\alpha, \beta, \gamma, \delta$, etc	radian		rad	$1\ \text{rad} = \frac{1\ \text{m}}{1\ \text{m}} = 1\frac{\text{m}}{\text{m}} = 1$ grandeur sans dimensions
angle solide	Ω	stéradian		sr	$1\ \text{sr} = \frac{1\ \text{m}^2}{1\ \text{m}^2} = 1\frac{\text{m}^2}{\text{m}^2} = 1$ grandeur sans dimensions
longueur	l	mètre		m	
largeur	b		ångström	Å	1 Å = 10^{-10} m
hauteur	h		mille marin: mille		1 mille = 1852 m
épaisseur	s		mile (terrestre)		1 mile = 1609,344 m
longueur curviligne	s		unité astronomique	UA	1 UA = 1,49597870 $\times 10^{11}$ m
rayon	r		parsec	pc	1 pc = 206265 UA 1 pc = 3,0857 $\times 10^{16}$ m
diamètre	d, D		inch (pouce)	in	1 in = 25,4 mm
chemin parcouru	s		yard	yd	1 yd = 0,9144 m
aire, superficie	A	mètre carré		m^2	
			are	a	1 a = 100 m^2
			hectare	ha	1 ha = 10000 m^2 = 100 a
Volume	V	mètre cube		m^3	
			litre		1 litre = 1 dm^3 = 0,001 m^3
			gallon (US)	gal	1 gal (US) = 3,78541 dm^3
			barrel (US)	bbl	1 bbl (US) = 158,987 dm^3 = 42 gal
temps, durée	t	seconde		s	
intervalle de temps	Δt				
vitesse	v	mètre par seconde		m/s	
			kilomètre par heure	km/h	1 km/h = $\frac{1}{3,6}$ m/s
			nœud = 1 mille marin par heure		1 nœud = 0,5144 m/s 1 nœud = 1,852 km/h
vitesse angulaire	ω	radian par seconde		rad/s	
accélération	a	mètre par seconde carrée		m/s^2	
accélération due à la pesanteur	g	mètre par seconde carrée		m/s^2	$g_n = 9,80665\ m/s^2$
Mouvements périodiques					
période	T	seconde		s	
fréquence	f	hertz		Hz	1 Hz = 1/s = 1 s^{-1}
fréquence de rotation	n	tour par seconde		tr/s ou 1/s	1 tr/s = 1/s = 1 s^{-1}
pulsation	ω	radian par seconde		rad/s ou 1/s	1 rad/s = 1/s = 1 s^{-1}
longueur d'onde	λ	mètre		m	
Mécanique					
masse	m	kilogramme		kg	
(lire remarque p. 20)			gramme	g	1 g = 0,001 kg
			quintal	q	1 q = 100 kg
			tonne	t	1 t = 1000 kg
			carat mètrique	ct	1 ct = 0,2 g
			once (métaux précieux)		1 once = 31,15 g

Grandeur physique Nom	Symbole	Unité SI Nom / autres unités	Symbole	Relations
Mécanique (suite)				
masse volumique	ϱ	kilogramme par mètre cube	kg/m^3	1 $kg/m^3 = 10^{-3}$ kg/dm^3 1 kg/dm^3 = 1 g/cm^3
densité relative	d	grandeur sans dimension		
volume massique	v	mètre cube par kilogramme	m^3/kg	
débit-masse	q_m	kilogramme par seconde	kg/s	
débit-volume	q_v	mètre cube par seconde	m^3/s	
force	F	newton	N	1 N = 1 kg · m/s^2
		kilogramme-force ou kilopond	kp	1 kp = 9,80665 N
		dyne	dyn	1 dyn = 10^{-5} N
force de la pesanteur ou force de gravité ou pesanteur	G	newton	N	
moment d'une force	M	newton mètre	Nm	
moment d'un couple	T	newton mètre	Nm	
pression relative	p	pascal	Pa	1 Pa = 1 N/m^2 = 1 $kg/(m \cdot s^2)$
pression absolue	p_{abs}	bar (seulement pour les fluides)	bar	1 bar = 10^5 Pa = 0,1 MPa 1 mbar = 100 Pa
pression atmosphérique	p_{atm}	atmosphère normale	atm	1 atm = 101325 Pa 1 atm = 760 mm Hg
		atmosphère technique	at	1 at = 98066,5 Pa = 0,980665 bar 1 at = 1 kp/cm^2
		millimètre de mercure	mm Hg	1 mm Hg = 133,322 Pa
		millimètre d'eau	mm H_2O	1 mm H_2O = 9,80665 Pa 1 mm Hg = 13, 5951 mm H_2O
tension normale (traction, compression)	σ	mégapascal	MPa	1 MPa = 10^6 Pa
		newton par mm^2	N/mm^2	1 N/mm^2 = 1 MPa = 100 N/cm^2
tension tangentielle (cisaillement)	τ	newton par cm^2	N/cm^2	1 N/cm^2 = 0,01 N/mm^2
module d'élasticité longitudinale	E			
module d'élasticité de glissement	G			
allongement de rupture	δ	pourcent	%	
moment statique d'une surface	M_s		mm^3, cm^3	
moment d'inertie de surface	I		mm^4, cm^4	
module d'inertie	W		mm^3, cm^3	$W = I/v$
coefficient de frottement d'adhérence	μ_o	grandeur sans dimension		
coefficient de frottement de glissement	μ	grandeur sans dimension		
coefficient de résistance au roulement	μ'	grandeur sans dimension		

Grandeur physique Nom	Symbole	Unité SI Nom	autres unités	Symbole	Relations
Mécanique (suite)					
travail, énergie	W	joule		J	$1\,J = 1\,N \cdot m = 1\,W \cdot s = 1\,kg \cdot m^2/s^2$
énergie potentielle	W_p		kilowattheure	kWh	$1\,kWh = 1\,kW \cdot 1\,h = 3{,}6\,MJ$
énergie cinétique	W_c				
puissance	P	watt		W	$1\,W = 1\,J/s = 1\,kg \cdot m^2/s^3$
			cheval vapeur	ch	1 ch = 735, 499 W
rendement	η		grandeur sans dimension		
Température et chaleur					
température thermodynamique ou température absolue	T	kelvin		K	$T_K = \theta_{°C} + 273,15$
température Celsius	θ	degré Celsius		°C	$\theta_{°C} = T_K - 273{,}15$
intervalle de température	$\Delta T, \Delta\theta$	kelvin, degré Celsius		K, °C	1 K = 1°C
coefficient de dilatation linéaire	α			$1/K = K^{-1}$	
coefficient de dilatation volumique	γ			$1/K = K^{-1}$	
quantité de chaleur	Q	joule		J	
			kilocalorie	kcal	1 kcal = 4186,8 J
flux thermique	Φ	watt		W	
conductivité thermique	λ	watt par mètre kelvin		W/(m · K)	1 kcal/(m · h · °c) = 1,163 W/(m · K)
chaleur massique	c	joule par kilogramme kelvin		J/(kg · K)	1 kcal/)kg · °c) = 4186,8 J/(kg · K)
chaleur massique de fusion	l_F	joule par kilogramme		J/kg	
chaleur massique de vaporisation	l_V	joule par kilogramme		J/kg	
Electrotechnique					
tension, différence de potentiel électrique	U	volt		V	$1\,V = 1\,kgm^2/(As^3) = 1\,W/A = 1\,J/C$
force électromotrice	E	volt		V	
intensité de courant électrique	I	ampère		A	
résistance ohmique	R	ohm		Ω	$1\,\Omega = 1\,kgm^2/(A^2s^3) = 1\,V/A$
conductance, admitance	G	siemens		S	$1\,S = 1\,\Omega^{-1} = 1\,A/V$
résistivité	ς	ohm-mètre		Ω·m	$1\,\Omega \cdot m = 10^6\,\Omega \cdot mm^2/m$
conductivité	γ	1/ohm-mètre		1/(Ω·m)	$1/(\Omega \cdot m) = 1\,(\Omega \cdot m)^{-1}$
puissance active	P	watt		W	$1\,W = 1\,J/s = 1\,kg \cdot m^2/s^3$
puissance réactive	Q	volt-ampère réactif		var	
puissance apparente	S	volt-ampère		VA	
énergie, travail	W	joule		J	$1\,J = N \cdot m = 1\,W \cdot s = 1\,kg \cdot m^2/s^2$
			kilowattheure	kWh	1 kWh = 3600000 J
quantité d'électricité	Q	coulomb		C	1 C = 1 A · s
			ampère-heure	Ah	1 Ah = 3600 C
fréquence	f	hertz		Hz	$1\,Hz = 1/s = 1\,s^{-1}$
densité de courant	J	ampère par mètre carré		A/m^2	
pulsation	ω	radian par seconde		rad/s ou 1/s	$1\,rad/s = 1/s = 1\,s^{-1}$
impédance	Z	ohm		Ω	
réactance	X	ohm		Ω	

Grandeur physique Nom	Symbole	Unité SI Nom autres unités	Symbole	Relations
Magnétisme				
flux magnétique	Φ	weber	Wb	1 Wb = 1V · s = 1 kg · $m^2/(A \cdot s^2)$
induction magnétique	B	tesla	T	1 T = 1 Wb/m^2 = 1 V · s/m^2 = 1 $kg/(A \cdot s^2)$
intensité de champ magnétique	H	ampère par mètre	A/m	
inductance, perméance	L	henry	H	1 H = 1 V · s/A
perméabilité absolue	μ	henry par mètre	H/m	1 H/m = 1 Tm/A = 1 N/A^2
capacité	C	farad	F	1 F = 1 C/V = 1 A · s/V
pemittivité (absolue)	ε	farad par mètre	F/m	
Technique d'éclairage				
intensité lumineuse	I	candela	cd	
flux lumineux	Φ	lumen	lm	1 lm = 1 cd · sr
éclairement	E	lux	lx	1 lx = 1 lm/m^2 = 1 cd · st/m^2

Notes

Unités de base

Mètre

L'unité de base 1 mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde.

1983.

Kilogramme

Le kilogramme est l'unité de masse; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme.

1ère CGPM, 1889, et 3e CGPM, 1901.

Seconde

La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.

13e CGPM, 1967.

Ampère

L'ampère est l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable, et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur.

9e CGPM, 1948.

Kelvin

Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau.

13e CGPM, 1967.

Mole

La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12. Lorsqu'on emploie la mole, les entités élémentaires doivent être spécifiées et peuvent être des atomes, des molécules, des ions, des électrons, d'autres particules ou des groupements spécifiés de telles particules.

14e CGPM, 1971.

Candela

La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence $540 \cdot 10^{12}$ hertz, et dont l'intensité énergétique dans cette direction est de 1/683 watt par stéradian.

17e CGPM, 1977.

Unités supplémentaires

Radian

Le radian est l'angle plan compris entre deux rayons qui interceptent, sur la circonférence d'un cercle, un arc de longueur égale à celle du rayon.

Recommandation ISO/R 31, 1965[2].

Steradian

Le stéradian est l'angle solide qui, ayant son sommet au centre d'une sphère, découpe, sur la surface de cette sphère, une aire égale à celle d'un carré ayant pour côté le rayon de la sphère.

Recommandation ISO/R 31, 1965.

---

1) CGPM = Conférence Générale des Poids et Mesures.
2) ISO = International Organization for Standardization (= Organisation internationale de normalisation).

	Substance		Masse volumique			Densité	Température		
			solide	liquide	gaz[1])	relative à l'air normal[1])	de fusion	de vaporisation[2])	
			ϱ [kg/dm³]	ϱ [kg/dm³]	ϱ [kg/m³$_n$]	d	ϑ_F [°C]	ϑ_V [°C]	
1	Acier	Ac	7,85				≈ 1500	≈ 2500	1
2	Acétylène	C_3H_2			1,18	0,913	− 84	− 81	2
3	Air	23%O_2+76%N_2			1,293	1	− 220	− 194	3
4	Aluminium	Al	2,7				660	2057	4
5	Amiante, panneau d'		~2,5						5
6	Argent	Ag	10,5				961	2212	6
7	Azote	N			1,03		− 210	− 196	7
8	Béton de gravier		2,2...2,5						8
9	Bronze	CuSn	8,7...8,8					1063	9
10	Butane	C_4H_{10}			2,7	2,09	− 135	1	10
11	Carbone (graphite)	C	2,25				≈ 3600	4827	11
12	Carbone, monoxyde de	CO			1,25	0,967	− 205	− 190	12
13	Carbone, bioxyde de	CO_2	1,56	1,1	1,98	1,53	[3]) − 57	[3]) − 78	13
14	Chrome	Cr	7,19				1890	2475	14
15	Cuivre électrolytique	Cu	8,9				1083	2595	15
16	Eau à 4°C	H_2O		1			0	100	16
17	Eau, vapeur à 100°C				0,81		0	100	17
18	Etain	Sn	7,3				232	2270	18
19	Fer	Fe	7,9				1528	2735	19
20	Fonte grise	Ft	7,3				1200	2500	20
21	Gazoil (mazout de chauffage)			0,83					21
22	Glace à 0°C		0,917				0	100	22
23	Huile minérale de graissage		0,91				− 5	175...300	23
24	Hydrogène	H_2		0,07	0,09	0,07	− 259	− 252,7	24
25	Laine de verre, minérale		0,1...0,2						25
26	Laiton		8,5...8,8				900...980	≈ 2300	26
27	Liège, panneau		0,16						27
28	Mercure	Hg		13,6			− 39	361	28
29	Méthane	CH_4			0,72	0,556	− 184	− 164	29
30	Nickel	Ni	8,9				1455	2730	30
31	Nylon		1,14				200...260		31
32	Or	Au	19,3				1063	2966	32
33	Oxygène	O_2			1,43	1,1	− 218	− 183	33
34	Platine	Pt	21,4				1770	3827 ± 100	34
35	Plomb	Pb	11,3				327	1744	35
36	Porcelaine		2,2...2,5				1670		36
37	Verre à vitre		2,5				~ 700		37
38	Zinc	Zn	7,14				419		38

[1]) gaz à l'état normal: voir page 67 [2]) sous 1 bar [3]) sous 5,2 bar

Classification périodique des éléments: voir page 39

Unités de ϱ : 1 kg/dm³ = 1 g/cm³ = 1000 kg/m³

	Chaleur massique				Conductivité	Dilatation		
	solide c_s [J/(kg·K)]	liquide c_l gaz c_p [J/kg·K]	de fusion l_F [J/kg]	de vaporisation l_v [J/kg]	thermique λ [W/(m·K)]	linéaire (solide)[4] α [1/K]	volumique γ [1/K]	
1	460				47	$12 \cdot 10^{-6}$		1
2		$c_p =$ 1670			77			2
3		$c_p =$ 1000			100		G $3{,}67 \cdot 10^{-3}$	3
4	904		$0{,}396 \cdot 10^6$	$9{,}47 \cdot 10^6$	209	$23{,}8 \cdot 10^{-6}$		4
5					0,7			5
6	234		$0{,}105 \cdot 10^6$	$2{,}36 \cdot 10^6$	419	$19{,}7 \cdot 10^{-6}$		6
7								7
8	880				0,8...1,4	$12 \cdot 10^{-6}$		8
9	357					$18 \cdot 10^{-6}$		9
10								10
11	720		$3{,}83 \cdot 10^6$		5			11
12		$c_p =$ 1050			95			12
13		$c_p =$ 880					G $3{,}72 \cdot 10^{-3}$	13
14	452					$6{,}2 \cdot 10^{-6}$		14
15	394		$0{,}205 \cdot 10^6$	$4{,}8 \cdot 10^6$	372	$16{,}5 \cdot 10^{-6}$		15
16		$c_l =$ 4187	$0{,}335 \cdot 10^6$		0,58		$0{,}18 \cdot 10^{-3}$	16
17		$c_p =$ 1930		$2{,}257 \cdot 10^6$	75			17
18	250		$0{,}061 \cdot 10^6$	$2{,}4 \cdot 10^6$	64	$23{,}0 \cdot 10^{-6}$		18
19	450		$0{,}267 \cdot 10^6$	$6{,}34 \cdot 10^6$	≈ 53	$12{,}5 \cdot 10^{-6}$		19
20	532				≈ 50	$10{,}5 \cdot 10^{-6}$		20
21		$c_l =$ 2090			0,159		$1 \cdot 10^{-3}$	28
22	2090		$0{,}335 \cdot 10^6$		1,7	$51 \cdot 10^{-6}$		22
23		$c_l =$ 1670			0,126			23
24		$c_v =$ 14300	$0{,}063 \cdot 10^6$	$0{,}45 \cdot 10^6$	733		G $3{,}66 \cdot 10^{-3}$	24
25					0,03...0,07			25
26	390				81...105	$18{,}5 \cdot 10^{-6}$		26
27					0,044			27
28		$c_l =$ 133	$0{,}0116 \cdot 10^6$	$0{,}292 \cdot 10^6$	8,4		$0{,}18 \cdot 10^{-3}$	28
29		$c_p =$ 2220						29
30	440		$0{,}3 \cdot 10^6$	$6{,}23 \cdot 10^6$	58	$13{,}0 \cdot 10^{-6}$		30
31					0,232	$99 \cdot 10^{-6}$		31
32	130		$0{,}0643 \cdot 10^6$	$1{,}74 \cdot 10^6$	419	$14{,}2 \cdot 10^{-6}$		32
33		$c_p =$ 920		$23 \cdot 10^{-3}$				33
34	134		$0{,}1 \cdot 10^6$	$2{,}29 \cdot 10^6$		$9{,}0 \cdot 10^{-6}$		34
35	130		$0{,}0247 \cdot 10^6$	$0{,}85 \cdot 10^6$	34	$29{,}0 \cdot 10^{-6}$		35
36	920				1,0	$4{,}0 \cdot 10^{-6}$		36
37	840				0,72	$9 \cdot 10^{-6}$		37
38								38

[4]) entre 0 ... 100°C

1 kcal/(m · h · °C) = 1,163 W/(m · K)
1 kcal/(kg · °C) = 4187 J/(kg · K)

G = gaz

Quantité de matière ou masse, Poids, Force de pesanteur

Recommandation SNV 12100 + DIN

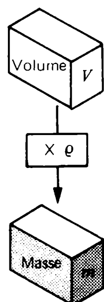
Le terme "**poids**" désigne une **quantité de matière** et ne doit plus être utilisé dans les sciences et les techniques. On continuera de l'utiliser dans le commerce pour exprimer une quantité de matière, par exemple.
– le poids d'une plaque de beurre est 100 g ou 200 g,
– un sac de ciment pèse 50 kg,
– peser un fût contenant de l'huile, c'est vouloir déterminer son poids.

Le "poids" est une indication quantitative de masse, indépendante du lieu où s'effectue la mesure.

En revanche, si l'on veut définir la lourdeur d'un corps, c'est à dire la grandeur de la force que l'attraction terrestre exerce sur lui, il faut employer le terme de **force de gravité** ou **force de pesanteur.**

Cette force G dépend de l'accélération que subit tout corps en chute libre, dont la valeur moyenne sur la Terre a été fixée à 9,806 65 m/s², **valeur arrondie à 9,81 m/s²**.

Calcul de la masse m d'un corps

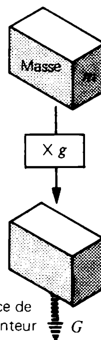


Masse = quantité de matière
masse = volume × masse volumique

$$m = V \times \varrho$$

avec:
m [kg] masse du corps
V [dm³] volume du corps
ϱ [kg/dm³] masse volumique (voir table page 18)

Calcul de la force de pesanteur G d'un corps



La force de pesanteur est la force avec laquelle la Terre, la Lune, etc., attirent une certaine masse.

force de pesanteur = masse × accélération de la pesanteur

$$G = m \cdot g$$

avec
G [N] force de pesanteur du corps
m [kg] masse du corps
g [m/s²] accélération de la pesanteur

sur Terre : $g \approx 9{,}81$ m/s²
sur Lune : $g \approx 1{,}63$ m/s²

Potentiels Rédox E_0 et équivalents électrochimiques c

Matière	Forme réduite	Forme oxydée	Potentiels Rédox standard E_0 [V]	Equivalent électrochimique c (si) [mg/C]	[g/Ah]
Aluminium	Al	Al^{3+}	– 1,66	0,0932	0,336
Zinc	Zn	Zn^{2+}	– 0,76	0,3388	1,22
Chrome	Cr	Cr^{3+}	– 0,74	1,79	0,970
Fer	Fe	Fe^{2+}	– 0,44	0,2893	1,04
Cadmium	Cd	Cd^{2+}	– 0,40	0,582	2,095
Nickel	Ni	Ni^{2+}	– 0,23	0,304	1,095
Etain	Sn	Sn^{2+}	– 0,14	0,615	–
Plomb	Pb	Pb^{2+}	– 0,13	1,074	3,87
Fer	Fe	Fe^{3+}	– 0,03	0,1929	0,695
Hydrogène	H_2	H^+	0,00	0,0104	–
Cuivre	Cu	Cu^{2+}	+ 0,34	0,3294	1,187
Cuivre	Cu	Cu^+	+ 0,52	0,6588	2,37
Mercure	Hg	Hg_2^{2+}	+ 0,79	2,079	–
Argent	Ag	Ag^+	+ 0,80	1,118	4,025
Mercure	Hg	Hg^{2+}	+ 0,85	1,039	–
Chlore	Cl^-	Cl_2	+ 1,36	0,367	–
Or	Au	Au^{3+}	+ 1,42	0,680	2,449
Fluor	F^-	F_2	+ 2,87	0,197	

pouvoir oxydant croissant (↓, de l'aluminium au fluor)
pouvoir réducteur croissant (↑, du fluor à l'aluminium)

Un oxydant est un accepteur d'électrons.

Un réducteur est un donneur d'électrons.

L'équivalent électrochimique c est la masse d'un élément libérée électrolytiquement par un coulomb.

*Ces potentiels sont mesurés en laboratoire dans des conditions particulières. Ils sont difficiles à vérifier dans la pratique où certains facteurs tels que température, concentration, etc. les modifient.

Coefficients de frottement d'adhérence μ_0 (calculs p. 50, 51)

Coefficients de frottement de glissement μ

Matériau	sur matériau	Frottement d'adhérence μ_0 sec	Frottement d'adhérence μ_0 gras	Frottement de glissement μ sec	Frottement de glissement μ gras
Acier	acier	0,15	0,12	0,12	0,07
	chêne	–	0,2	–	0,08
	glace	0,027	–	0,014	–
Fonte	acier	0,33	–	0,18	0,08
	fonte	–	0,16	0,4	0,1
	chêne	0,6	0,11	0,5	0,1
Bronze	acier	0,19	0,18	–	0,07
	bronze	–	0,11	0,2	0,06
	fonte	–	–	0,2	0,08
Courroie de cuir	fonte	0,4	0,25	0,435	0,2
	chêne	0,5	–	0,4	–

Automobiles: (calculs p. 59, 78)

Pneus sur chaussée	Roues tournantes (μ_0) sèche	mouillée	boueuse	verglacée	Roues bloquées (μ) sèche	mouillée	boueuse	verglacée
Asphalte lisse	0,6	0,6	0,15	< 0,1	0,5	0,3	0,1	≈ 0
Béton lisse	0,8	0,6	0,4	< 0,1	0,6	0,5	0,3	≈ 0

Coefficients de résistance au roulement μ' (calculs p. 77)

Pneumatique sur route asphaltée $\mu' \approx 0{,}03 \ldots 0{,}04$
Pneumatique sur route goudronnée $\mu' \approx 0{,}04 \ldots 0{,}05$
Pneumatique sur chemin battu, sec $\mu' \approx 0{,}06 \ldots 0{,}2$

Bras de levier f de la résistance au roulement (voir p. 51)

Acier trempé sur acier trempé (roulements) $f \approx 0{,}005 \ldots 0{,}01$ mm
Acier sur acier ou sur fonte (non trempé) $f \approx 0{,}5$ mm
Pneumatiques sur asphalte $f \approx 9 \ldots 15$ mm

Remarque: Toutes les valeurs de μ, μ_0, μ' et f données dans cette page doivent être considérées comme des approximations.

Pouvoir calorifique H_i des combustibles

Combustibles solides et liquides	[kJ/kg]	Combustibles gazeux	[kJ/m³ normal]
Alcool éthylique	26 750	Acétylène	56 950
Anthracite	32 200	Air propane	24 700
Bois sec	15 060	Butane	106 700
Briquette de lignite	20 100	Gaz de craquage	15 900
Charbon de bois	25 100	Gaz de houille	15 900
Coke	29 300	Gaz naturel (Hollande)	31 800
Essence	46 050	Méthane	35 800
Houille	28 900	Oxyde carbone CO	12 640
Mazout de chauffage	41 850	Propane	101 800
Mazout pour Diesel (Gasoil)	46 050		

Pouvoir calorifique inférieur H_i: quantité de chaleur libérée par la combustion complète de 1 kilogramme-masse d'un combustible solide ou liquide, ou par 1 m_n^3 de gaz. Formule de conversion: $1 \frac{kcal}{kg} = 4{,}19 \frac{kJ}{kg}$.

Masse volumique ϱ et mélange avec l'air de quelques carburants fluides

Carburants fluides	Masse volumique ϱ [kg/m³]	Masse volumique ϱ [kg/m_n^3]	Mélange carburé [kg d'air/kg de carburant]
Essence normale	725		13,8/1
Essence super	730		14,2/1
Mazout pour Diesel (Gasoil)	830		14,5/1
Pétrole	820		16,8/1
Butane		2,7	15,4/1
Méthane		0,72	17,2/1
Propane		2,0	15,6/1

Masse volumique ϱ de l'air sec en [kg/m³] en fonction de la pression barométrique et de la température de l'air

Température de l'air [°C]	Pression de l'air							
[mbar]	893,3	906,6	919,9	933,3	946,5	960	973,2	1013,25
[mmHg]	670	680	690	700	710	720	730	760
0	1,1390	1,1560	1,1730	1,1900	1,2079	1,2249	1,2420	**1,2930**
5	1,1193	1,1361	1,1528	1,1695	1,1862	1,2029	1,2196	1,2697
10	1,0995	1,1159	1,1323	1,1487	1,1651	1,1816	1,1980	1,2472
15	1,0805	1,0966	1,1127	1,1288	1,1450	1,1611	1,1772	1,2256
20	1,0620	1,0779	1,0937	1,1096	1,1254	1,1413	1,1572	1,2047
25	1,0442	1,0598	1,0754	1,0910	1,1066	1,1222	1,1377	1,1845
30	1,0270	1,0423	1,0576	1,0729	1,0883	1,1036	1,1189	1,1649

Toute autre valeur de ϱ_{air} peut être calculée par la formule $\varrho = 0{,}4647 \frac{p_{atm}}{T}$ avec $\begin{cases} p_{atm} & [mmHg] \\ T & [K] \end{cases}$. Voir: Lois des gaz p. 68.

Coefficient de trainée

Coefficient de trainée		C_x	Coefficient de trainée		C_x
air → 1/2 boule	creuse	0,34	air → cylindre $\frac{l}{d}$	1	0,91
	pleine	0,4		2	0,85
				4	0,87
				7	0,99
1/2 boule	creuse	1,33	cylindre $\frac{l}{d}$	1	0,63
	pleine	1,17		2	0,68
disque		1,11		5	0,74
				10	0,82
				40	0,98
cône creux	$\alpha = 30°$	0,34	sphère		0,45
	$\alpha = 60°$	0,51			
plaque $\frac{a}{b}$	1	1,1	ellipsoïde	1:1,8	0,1
	2	1,15	$\frac{l}{d}$	2	0,2
	4	1,19		3	0,1
	10	1,29		5	0,06
				10	0,083
Automobiles	Moyenne des voitures européennes	0,42			
	Lancia "Beta" Stand.	0,39			
	Ford "Fiesta"	0,385			
	Talbot "Murena"	0,33			
	Citroen GSA X 3	0,318	Camions bâchés		0,75 ... 0,87

Eclairement E en lux [lx] préconisé dans différents locaux

Nature des locaux, tâche visuelle	Valeurs recommandées	Nature des locaux, tâche visuelle	Valeurs recommandées
Locaux communs à toutes catégories:		*Locaux administratifs, industriels:*	
Vestibules, ascenseurs	70	Comptabilité, dactylographie, etc.	600
Escaliers	150	Salles de dessin	1000
Vestiaires toilettes, lavabos	100	Archives	500
Salles de réception, bureaux	500	*Hôpitaux et cliniques:*	
Habitations:		Eclairage de nuit	10
Salle de séjour	200	Eclairage sur le lit	500
Lecture	500	Salle d'opération: champ opératoire	3000
Couture intermittente	500	Laboratoires	700
Travail d'écolier à la maison	500	*Magasins de vente:*	
Etablissements d'enseignement:		Eclairage général	500
Salles de cours et laboratoires	500	Sur les comptoirs	700
Dessin industriel, couture	700	Vitrines sur rues très actives	5000
Tableaux noirs (ou colorés)	500	Vitrines sur rues peu passantes	1000

Résistivité ϱ**, Conductivité** γ**, Coefficient de température** α des conducteurs électriques

Matière	Résistivité à 20°C		Conductivité à 20°C	Coefficient de température à 20°C
	$\varrho\,[\Omega \cdot m]$	$\varrho\left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}\right]$	$\gamma\left[\frac{m}{\Omega \cdot mm^2}\right]$	$\alpha\left[\frac{1}{K} = \frac{1}{°C}\right]^*$
Aldrey	$3,3 \cdot 10^{-8}$	0,033	30	0,004
Aluminium	$2,9 \cdot 10^{-8}$	0,029	34,5	0,004
Argent	$1,65 \cdot 10^{-8}$	0,016 5	61,5	0,004
Cobalt	$5,7 \cdot 10^{-8}$	0,057	17,5	0,007
Cuivre	$1,75 \cdot 10^{-8}$	0,017 5	57	0,004
Etain	$12 \cdot 10^{-8}$	0,12	8,35	0,004
Fer	$13 \cdot 10^{-8}$	0,13	7,7	0,005
Invar	$75 \cdot 10^{-8}$	0,75	1,33	0,002
Laiton	$7,5 \cdot 10^{-8}$	0,075	13,3	0,003
Mercure	$95,8 \cdot 10^{-8}$	0,958	1,04	0,000 9
Nickel	$7 \cdot 10^{-8}$	0,07	14,3	0,004
Or	$2,3 \cdot 10^{-8}$	0,023	43,5	0,004
Platine	$11 \cdot 10^{-8}$	0,11	9,1	0,004
Plomb	$22 \cdot 10^{-8}$	0,22	4,55	0,004
Tungstène	$6 \cdot 10^{-8}$	0,06	16,7	0,005
Zinc	$6,3 \cdot 10^{-8}$	0,063	15,9	0,004
Chrome-nickel	$110 \cdot 10^{-8}$	1,1	0,91	0,000 2
Constantan	$50 \cdot 10^{-8}$	0,5	2	0,000 04
Manganine	$43 \cdot 10^{-8}$	0,43	2,33	0,000 01
Nickeline	$42 \cdot 10^{-8}$	0,42	2,38	0,000 2
Acide sulfurique à 20%		15 000	0,000 067	–
Charbon		15...100	0,067...0,01	– 0,000 3
Eau de conduite		$400 \cdot 10^{6}$	$25 \cdot 10^{-10}$	–
Graphite		8	0,125	0,000 4

Résistivité ϱ d'un corps = valeur de la résistance à 20°C d'un fil de ce corps, d'une longueur de 1 m et d'une section de 1 m². $1\,\frac{\Omega \cdot m^2}{m} = 1\,\Omega \cdot m$.

Conductivité γ d'un corps = valeur inverse de la résistivité $\gamma = \frac{1}{\varrho}$.

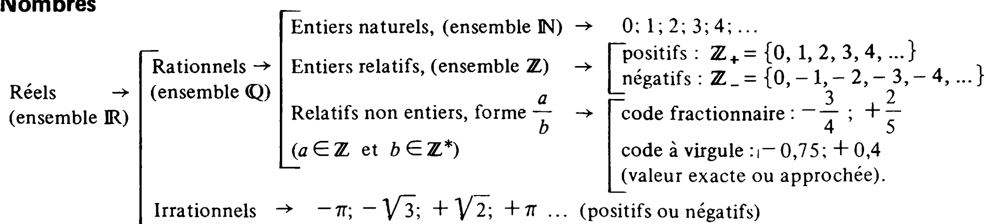
Coefficient de température α = variation de résistance, en ohms, lorsque la température d'une résistance de 1 Ω varie de 1 K = 1°C. *

* **Remarque** : on écrit °C et K, mais pas °K. Voir remarque page 60.

Arithmétique et algèbre

Symbole	Ecriture, utilisation	Sens, lecture, énoncé	Exemple
$=$	$a = b$	*a* est égal à *b*	$a + 0 = 0 + a = a$
$\neq$	$a \neq b$	*a* est différent de *b*	$\sqrt{1} \neq \sqrt{-1}$
$\approx$	$a \approx b$	*a* est approximativement égal à *b*	$\sqrt{2} \approx 1{,}414$
$\sim$	$a \sim b$	*a* est proportionnel à *b*	
$\triangleq$	$a \triangleq b$	*a* correspond à *b*	Echelle: 1 cm $\triangleq$ 10 km
$<$	$a < b$	*a* est plus petit que *b*	$a < 0$ signifie que *a* est négatif
$>$	$a > b$	*a* est plus grand que *b*	$a > 0$ signifie que *a* est positif
$\leqslant$	$a \leqslant b$	*a* est inférieur ou égal à *b*	
$\geqslant$	$a \geqslant b$	*a* est supérieur ou égal à *b*	
∞		infini	
$\Rightarrow$	$p \Rightarrow q$	signe d'implication, *p* implique *q*, *p* entraine *q*	$v = \frac{s}{t} \Rightarrow s = v \cdot t$
$\Leftrightarrow$	$p \Leftrightarrow q$	signe d'équivalence, *p* équivant à *q*	
$+$	$a + b$	*a* plus *b*	
$-$	$a - b$	*a* moins *b*	
$\pm$	$a \pm b$	*a* plus ou moins *b*	$108 \pm 0{,}1$
$\cdot$ ou	$a \cdot b$	*a* multiplié par *b*	$2 \cdot 3$
$\times$ ou	$a \times b$		vitesse $\times$ temps
	$a\,b$		$V = abh$
— ou /	$\frac{a}{b}$ ou a/b	*a* divisé par *b*	
ou :	ou $a:b$		
	a^p	*a* puissance p, *a* exposant p	$2^3 = 8$
	$\sqrt{a}$	racine carrée de *a*	
	$\sqrt[n]{a}$	racine n-ième de *a*	
Δ	$\Delta\theta$	delta theta, différence de...	$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2$
Σ	$\Sigma\Delta l$	somme des delta *l*	$\Sigma\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \ldots$
$\ldots$	$b \ldots d$	de *b* à *d*, comprises les valeurs *b* et *d* l'unité n'est indiquée qu'une seule fois	15 … 22 3 … 7 N 45 … 60°
%, ‰		pourcent, pourmille	
f ( )	f (x)	valeur de la fonction, f de x	
{[( )]}		hiérarchie des groupements	
$\in$	$x \in A$	x appartient à A, x est un élément de l'ensemble A	
$\notin$	$y \notin A$	y n'appartient pas à A, y n'est pas un élément de l'ensemble A	
{,…,}	$\{x_1, x_2, \ldots x_n\}$	ensemble dont les éléments sont $x_1, x_2, \ldots x_n$	
$\varnothing$		l'ensemble vide	
$\mathbb{N}$		l'ensemble des nombres naturels	0; 1; 2; 3; …
$\mathbb{Z}$		l'ensemble des nombres algèbriques entiers	−4; −2; 0; +3; +7
$\mathbb{Q}$		l'ensemble des nombres rationnels	$3; \frac{22}{7}; 0,42; 1-\frac{10}{3}$
$\mathbb{R}$		l'ensemble des nombres réels	$3; -\frac{22}{7}; \pi;$ cos 15°
$\mathbb{C}$		l'ensemble des nombres complexes	$3 + \sqrt{-1}; 3 + i; 3 + j$
*		l'astérisque exclut le zéro des ensembles $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$	$\mathbb{N}^*, \mathbb{Z}^*$

Nombres



$a \in \mathbb{Z}$ signifie : a appartient à l'ensemble $\mathbb{Z}$; $\mathbb{Z}^*$ signifie : ensemble $\mathbb{Z}$ privé de zéro.

a) Addition des nombres relatifs :
$(+3)+(+5) = +8 = 8$; $(-3)+(-5) = -8$; $(+3)+(-5) = -2$; $(-3)+(+5) = +2 = 2$

b) Soustraction des nombres relatifs :
$(+3)-(+5) = (+3)+(-5) = 3-5 = -2$; $(+3)-(-5) = (+3)+(+5) = 3+5 = 8$ ou $+8$
$(-3)-(-5) = (-3)+(5) = -3+5 = 2$ ou $+2$; $(-3)-(+5) = (-3)+(-5) = -3-5 = -8$

c) Somme algébrique des nombres relatifs :
$(+3)-(+2)+(-5)-(-8) = (+3)+(-2)+(-5)+(+8) = 3-2-5+8 = 11-7 = 4$ ou $+4$

d) Multiplication des nombres relatifs :

$(+3)\times(+5) = +15$	$(-3)\times(-5) = +15$	$(+3)\times(-5) = -15$	$(-3)\times(+5) = -15$
$(+a)\times(+b) = ab$	$(-a)\times(-b) = +ab$	$(+a)\times(-b) = -ab$	$(-a)\times(+b) = -ab$

Tableau de la règle des signes

	signe de a: +	signe de a: −
signe de b: +	+	−
signe de b: −	−	+

(les cases intérieures : signe de ab)

e) Division des nombres relatifs :

$(+15):(+3) = +5$	$(-15):(-3) = +5$	$(+15):(-3) = -5$	$(-15):(+3) = -5$
$(+a):(+b) = +\frac{a}{b}$	$(-a):(-b) = +\frac{a}{b}$	$(+a):(-b) = -\frac{a}{b}$	$(-a):(+b) = -\frac{a}{b}$

$a = b \times q \rightarrow q = a : b = \frac{a}{b}$ Le signe du quotient de deux nombres est le même que celui de leur produit.

Opérations sur les rapports des nombres réels. $\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb}$, où b et $m \in \mathbb{R}^*$

Produit de rapports : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} = \frac{ace}{bdf}$, où b, d et $f \in \mathbb{R}^*$

Inverse d'un rapport non nul : $\frac{a}{b}$ a pour inverse $\frac{b}{a}$, où a et $b \in \mathbb{R}^*$

Quotient de deux rapports : $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$, où b, c et $d \in \mathbb{R}^*$

Somme de deux rapports →
- de même dénominateur : $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$, où $b \in \mathbb{R}^*$
- de dénominateur distincts : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}$, où b et $d \in \mathbb{R}^*$

Proportions : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$,

Propriété $ad = bc$, ceci entraîne : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$; $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$; $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$ — a, b, c et $d \in \mathbb{R}^*$

$-3^3 = (-3)\cdot(+3)\cdot(-3) = +3$
$(-3)^3 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = -3$

Puissance entière d'un nombre réel (non nul)

$a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$, c'est-à-dire a est réel et n entier naturel non nul.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{\text{n facteurs égaux à } a}$$

exemple $7^5 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

	n pair	n impair
a positif	+	+
a négatif	+	−

signe de a^n

Règle des signes

a s'appelle la base et n est l'exposant.

Opérations avec la même base, (m et n entiers naturels non nuls).

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \; ; \; \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = a^m \times a^{-n} \; ; \; \frac{1}{a^n} = a^{-n} \; ; \; (a^m)^n = a^{m \times n}$$

Cas particuliers : $a^1 = a$; $\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^o = 1$

Opérations avec le même exposant (n entier naturel non nul).

$$a^n \times b^n = (ab)^n \; ; \; \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \text{, avec } b \neq 0$$

Puissances de 10, (n entier naturel non nul).

$$10^n = \underbrace{100 \ldots\ldots 0}_{\text{n zéros}} \; ; \quad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}00 \ldots\ldots 01}_{\text{n décimales}}$$

Exemples : $52 \times 10^4 = 520\,000$; $52 \times 10^{-5} = \frac{52}{10^5} = 0{,}000\,52$

Polynômes produits remarquables :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

Racines carrées

a nombre réel, si $a^2 = b$, (b est positif), on a $\sqrt{b} = |a|$, (valeur absolue de a)

Le symbole $\sqrt{\ }$ est appelé radical.

Remarque : si $a > 0$, $\sqrt{a^2} = a$ et si $a < 0$, $\sqrt{a^2} = -a$

Racine carrée d'un produit : $\sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \times \sqrt{|b|}$, ($a$ et b réels).

Racine carrée d'un quotient : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}} = \frac{\sqrt{ab}}{|b|}$, ($a$ et b réels et $b \neq 0$)

Racines n^èmes^ : m, n et p entiers naturels non nuls, a et b nombres réels non nuls.

si $a^n = b$, $\sqrt[n]{b} = |a|$ — n pair implique $b > 0$, $a = \pm\sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ — n impair a et b ont même signe

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{|a|} \times \sqrt[n]{|b|} = ab^{\frac{1}{n}} \; ; \; \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{|a|}}{\sqrt[n]{|b|}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}} \; ; \; \left(\sqrt[n]{a^p}\right)^m = \sqrt[n]{a^{pm}} = a^{\frac{pm}{n}} \; ; \; \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a} = a^{\frac{1}{mn}}$$

Equation du 2ème degré

Les solutions (ou racines) de l'équation du 2ème degré $ax^2 + bx + c = 0$ sont

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

L'expression $b^2 - 4ac$ est appelée discriminant D

Si D $>$ 0 les racines sont *réelles* et *distinctes.*
D $=$ 0 les racines sont *réelles* et *confondues.*
D $<$ 0 les racines sont *complexes.*

Intérêt d'un capital

$\text{Intérêt} = \dfrac{\text{Capital x taux x temps}}{100}$ [Frs]	$\text{Taux de l'intérêt} = \dfrac{\text{Intérêt x 100}}{\text{capital x temps}}$ [%]
$\text{Capital} = \dfrac{\text{Intérêt x 100}}{\text{taux x temps}}$ [Frs]	$\text{Temps} = \dfrac{\text{Intérêt x 100}}{\text{capital x taux}}$ [ans]

Temps : on adopte 1 an = 360 j et 1 mois = 30 j

Si le temps est donné en mois : $\text{temps} = \dfrac{\text{nombre de mois}}{12}$

Si le temps est donné en jours : $\text{temps} = \dfrac{\text{nombre de jours}}{360}$

Quelques constantes mathématiques

$$\pi = \frac{\text{périmètre du cercle}}{\text{diamètre du cercle}}$$

$\pi = 3{,}1416$ $\quad \dfrac{\pi}{4} = 0{,}7854$ $\quad \dfrac{1}{\pi} = 0{,}3183$

$\pi^2 = 9{,}8696$

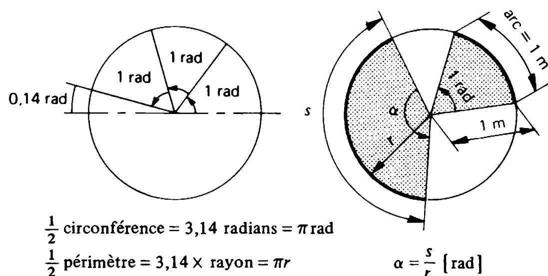
$\pi^3 = 31{,}00628$ $\quad \sqrt{\pi} = 1{,}77245$ $\quad \dfrac{4\pi}{3} = 4{,}1888$

Valeur approchée de π :

$\pi = \dfrac{22}{7}$ → erreur : 0,4 ‰

$\pi = \dfrac{245}{78}$ → erreur : 0,2 ‰

Mesure d'angle



$\frac{1}{2}$ circonférence = 3,14 radians = π rad

$\frac{1}{2}$ périmètre = 3,14 x rayon = πr

$\alpha = \dfrac{s}{r}$ [rad]

A côté de l'unité d'angle **degré** [°] employée en géométrie, la physique et la technique utilisent l'unité SI : le **radian** [rad].

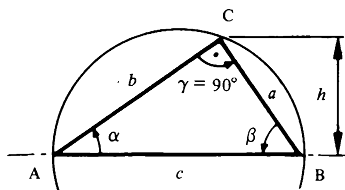
Définition : Le radian est l'angle plan compris entre deux rayons qui interceptent, sur la circonférence d'un cercle, un arc de longueur égale à celle du rayon.

$$\frac{\text{1 m d'arc}}{\text{1 m de rayon}} = \frac{1\text{ m}}{1\text{ m}} = 1\frac{\text{m}}{\text{m}} = 1 \text{ rad}$$

Dans les calculs, le radian a pour unité $\frac{\text{m}}{\text{m}}$, c'est-à-dire 1.

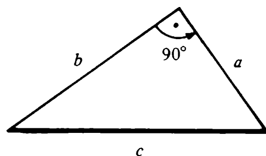
2π rad	= 360°	1 rad	≈ 57,3°
π rad	= 180°	1°	≈ 0,017 45 rad
$\frac{\pi}{2}$ rad	= 90° = 1$^{\llcorner}$	1′	≈ 0,000 291 rad
		1″	≈ 0,000 004 84 rad

360° = 400gr = 6,2832 rad



Triangle rectangle

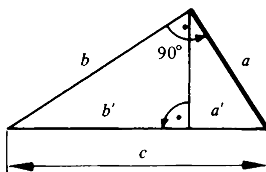
Périmètre	$2p = a + b + c$
Somme des angles	$\alpha + \beta + \gamma = 180°$ avec $\gamma = 90°$
	$\alpha = 90° - \beta$
	α est le complémentaire de β
Aire[1] du triangle rectangle	$A = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{a \cdot b}{2}$



Théorème de Pythagore

$c^2 = a^2 + b^2$ $\quad c$ = hypoténuse du triangle rectangle

soit $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\quad a = \sqrt{c^2 - b^2}$, $\quad b = \sqrt{c^2 - a^2}$



Théorème d'Euclide

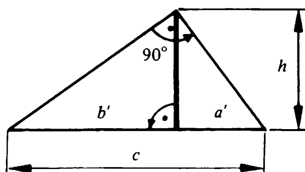
½ carré

$a^2 = a'c$

$b^2 = b'c$

$d = \sqrt{2} \cdot c$

$c = d \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$



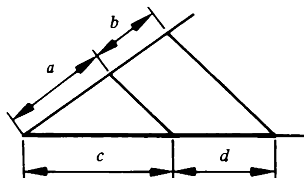
Théorème de la hauteur

Δ équilatéral $AB = AC = BC$

$h^2 = a'b' \Rightarrow h = \sqrt{a'b'}$

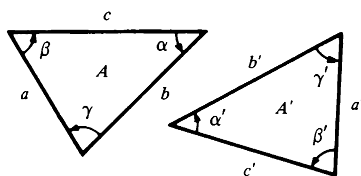
$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$

$a = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot h$



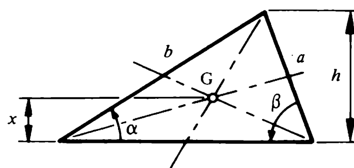
Théorème de Thalès

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$



Similitude

$$\text{si} \begin{Bmatrix} \alpha = \alpha' \\ \beta = \beta' \\ \gamma = \gamma' \end{Bmatrix} \text{ alors } \begin{cases} \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{h}{h'} = \ldots \\ \frac{A}{A'} = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 = \left(\frac{b}{b'}\right)^2 = \ldots \end{cases}$$

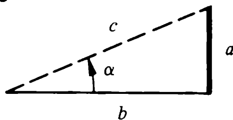


Centre de gravité, valable pour tous les triangles

$x = \frac{h}{3}$ avec $h = a \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\alpha$

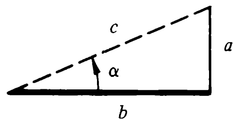
[1] L'aire A est la mesure de l'étendue d'une surface

Sinus



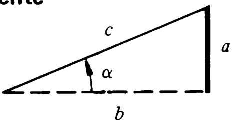
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

Cosinus



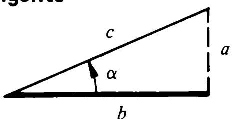
$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

Tangente



$$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

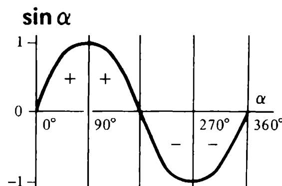
Cotangente



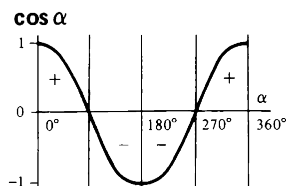
$$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{côté opposé}}$$

Représentation graphique

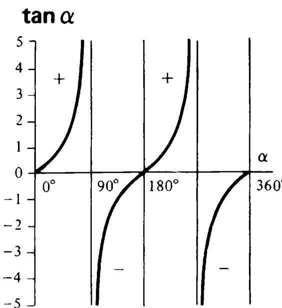
sin α



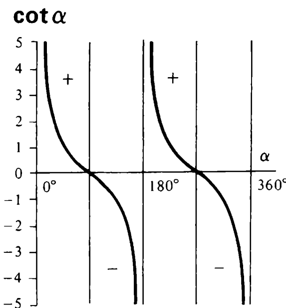
cos α



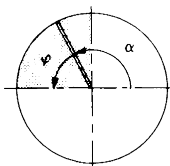
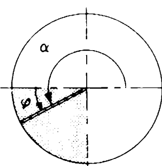
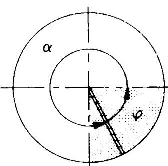
tan α



cot α



Angles plus grands que 90°

$\alpha =$	90 ... 180°	180 ... 270°	270 ... 360°
			
$\varphi =$	$180° - \alpha$	$\alpha - 180°$	$360° - \alpha$
$\sin\alpha =$	$+\sin\varphi$	$-\sin\varphi$	$-\sin\varphi$
$\cos\alpha =$	$-\cos\varphi$	$-\cos\varphi$	$+\cos\varphi$
$\tan\alpha =$	$-\tan\varphi$	$+\tan\varphi$	$-\tan\varphi$
$\cot\alpha =$	$-\cot\varphi$	$+\cot\varphi$	$-\cot\varphi$

Relations entre les fonctions trigonométriques de certains arcs

$$\sin\alpha = \cos(90° - \alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\text{ rad} - \alpha\right)$$

$$\cos\alpha = \sin(90° - \alpha) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\text{ rad} - \alpha\right)$$

$$\tan\alpha = \cot(90° - \alpha) = \cot\left(\frac{\pi}{2}\text{ rad} - \alpha\right)$$

$$\cot\alpha = \tan(90° - \alpha) = \tan\left(\frac{\pi}{2}\text{ rad} - \alpha\right)$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha}$$

Exemple d'appellation lorsque $\alpha = 30°$

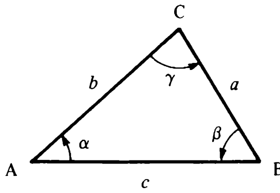
$\sin 30° = 0{,}5$

$\text{arc sin } 0{,}5 = 30°$

ou encore

$\sin^{-1} 0{,}5 = 30°$

Triangle quelconque



Périmètre $2p = a + b + c$

Demi-périmètre $p = \frac{a+b+c}{2}$

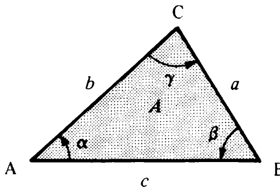
Somme des angles $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

Théorème du sinus $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$

Théorème du cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$$

si $0° < \alpha < 90° \Rightarrow \cos\alpha$ est positif
si $90° < \alpha < 180° \Rightarrow \cos\alpha$ est négatif

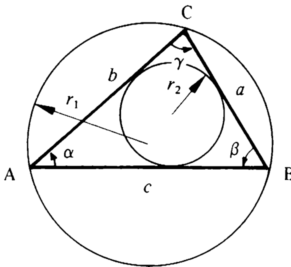


Aire d'un triangle quelconque (théorème de Héron):

$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ avec p = demi-périmètre

ou bien

$$A = \frac{1}{2}ab \cdot \sin\gamma = \frac{1}{2}ac \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}bc \cdot \sin\alpha$$



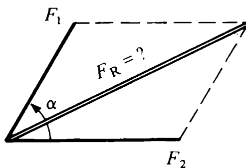
Rayon du cercle circonscrit r_1

$$r_1 = \frac{1}{2}\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{1}{2}\frac{b}{\sin\beta} = \frac{1}{2}\frac{c}{\sin\gamma}$$

Rayon du cercle inscrit r_2

$r_2 = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$ avec p = demi-périmètre

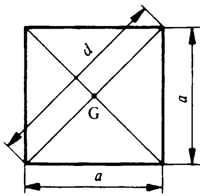
Application du théorème du cosinus au calcul des vecteurs (exemple p. 42)



$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cdot \cos\alpha$$

si $0° < \alpha < 90° \Rightarrow \cos\alpha$ est positif
si $90° < \alpha < 180° \Rightarrow \cos\alpha$ est négatif

Cette équation est utilisée en *statique* pour calculer l'intensité de la force résultante F_R de deux forces concourantes F_1 et F_2 faisant entre elles un angle α.



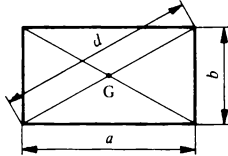
Carré

$$A = a^2 = 0,5\,d^2$$

Périmètre $= 4\,a$

Diagonale $d = a\sqrt{2} = 1,414\,a$

Côté $a = 0,707\,d$

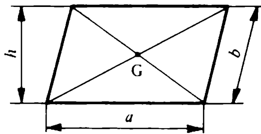


Rectangle

$$A = a \cdot b$$

Périmètre $= 2\,(a + b)$

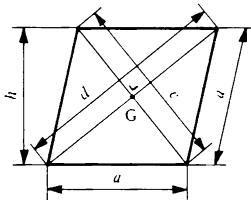
Diagonale $d = \sqrt{a^2 + b^2}$



Parallélogramme

$$A = a \cdot h$$

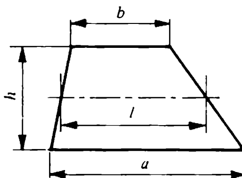
Périmètre $= 2\,(a + b)$



Losange

$$A = a \cdot h = \frac{c \cdot d}{2}$$

Périmètre $= 4\,a$



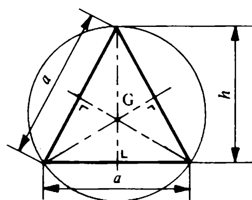
Trapèze

$$A = \frac{a + b}{2}\,h = l \cdot h$$

Base moyenne $l = \dfrac{a + b}{2}$

Notes

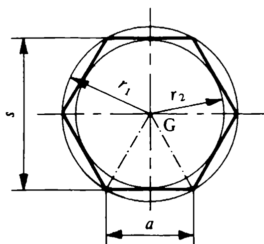
1) L'aire A est la mesure de l'étendue d'une surface



Triangle équilatéral : chaque angle mesure 60°

$$A = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2}{4}\sqrt{3} = 0{,}433\,a^2$$

Hauteur $h = \frac{a}{2}\sqrt{3} = 0{,}866\,a$



Hexagone

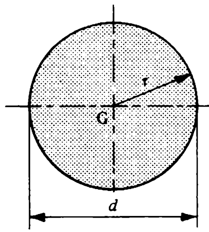
$$A = 0{,}866\,s^2 = 2{,}598\,a^2$$

Largeur sur pan $s = 1{,}732\,r_1 = 2\,r_2$

Longueur d'un pan $a = r_1$

Polygones réguliers (Voir figure de l'hexagone ci-dessus)

	A			Longueur a		Valeur de r_1
	en fonction de r_1	en fonction de r_2	en fonction de a	en fonction de r_1	en fonction de r_2	en fonction de r_2
3 côtés	$1{,}299\ r_1^2$	$5{,}196\ r_2^2$	$0{,}433\ a^2$	$1{,}732\ r_1$	$3{,}464\ r_2$	$2\ r_2$
4 côtés	$2\ r_1^2$	$4\ r_2^2$	$1\ a^2$	$1{,}414\ r_1$	$2\ r_2$	$1{,}414\ r_2$
5 côtés	$2{,}378\ r_1^2$	$3{,}633\ r_2^2$	$1{,}72\ a^2$	$1{,}176\ r_1$	$1{,}453\ r_2$	$1{,}236\ r_2$
6 côtés	$2{,}598\ r_1^2$	$3{,}464\ r_2^2$	$2{,}598\ a^2$	$1\ r_1$	$1{,}155\ r_2$	$1{,}155\ r_2$
8 côtés	$2{,}828\ r_1^2$	$3{,}314\ r_2^2$	$4{,}828\ a^2$	$0{,}7654\ r_1$	$0{,}8284\ r_2$	$1{,}082\ r_2$
10 côtés	$2{,}939\ r_1^2$	$3{,}249\ r_2^2$	$7{,}694\ a^2$	$0{,}6180\ r_1$	$0{,}6498\ r_2$	$1{,}051\ r_2$
12 côtés	$3\ r_1^2$	$3{,}215\ r_2^2$	$11{,}2\ a^2$	$0{,}5176\ r_1$	$0{,}5359\ r_2$	$1{,}035\ r_2$



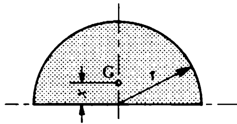
Disque

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \pi \cdot r^2 = 0{,}785\, d^2$$

Circonférence $= \pi \cdot d = 2\,\pi \cdot r$

$\pi = 3{,}1416$ (voir page 28)

La ligne limitant le disque s'appelle: cercle

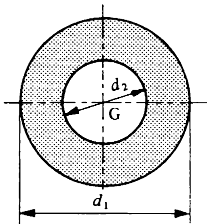


Demi-disque

$$A = \frac{\pi \cdot r^2}{2}$$

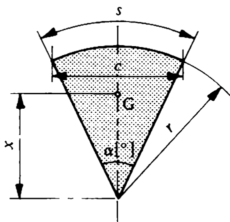
Centre de gravité $x = 0{,}4244\, r$

Centre de gravité de l'arc du demi-cercle $x' = 0{,}6366\, r$



Couronne

$$A = \frac{\pi}{4}\,(d_1^2 - d_2^2) = 0{,}7854\;(d_1^2 - d_2^2)$$



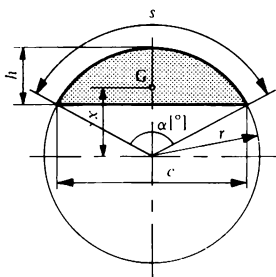
Secteur de disque

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha^\circ}{360} = \frac{s \cdot r}{2}$$

Longueur de l'arc $s = \dfrac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180}\, r = \dfrac{2\,A}{r}$

Angle au centre $\alpha\,[°] = \dfrac{s}{r}\,\dfrac{180}{\pi}$ $\qquad \alpha\,[\text{rad}] = \dfrac{s}{r}$

Centre de gravité $x = \dfrac{2}{3}\,\dfrac{r \cdot c}{s} = \dfrac{r^2 \cdot c}{3A}$



Segment de disque

$$A = \frac{\pi \cdot r^2\, \alpha^\circ}{360} - \frac{c\,(r-h)}{2} = \frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180} - \sin\alpha\right)$$

Longueur de l'arc $s = \dfrac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180}\, r$

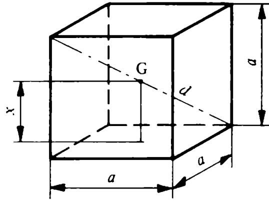
$$h = r\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$c = 2\sqrt{h\,(2\,r - h)} = 2 \cdot r \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$$

Centre de gravité $x = \dfrac{c^3}{12\,A}$

---

1) L'aire A est la mesure de l'étendue d'une surface



Cube

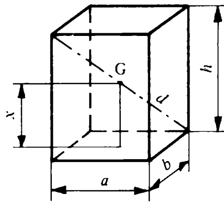
$V = a^3$

$A_t = 6\,a^2$

$A_l = 4\,a^2$

$d = a\sqrt{3} = 1{,}732\,a$

$x = \dfrac{a}{2}$



Prisme droit (parallélépipède rectangle)

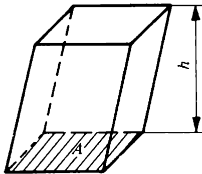
$V = a \cdot b \cdot h$

$A_t = 2\,(a \cdot b + a \cdot h + b \cdot h)$

$A_l = 2\,h\,(a + b)$

$d = \sqrt{a^2 + b^2 + h^2}$

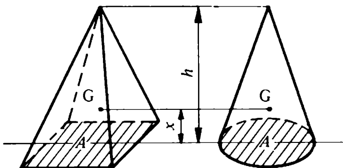
$x = \dfrac{h}{2}$

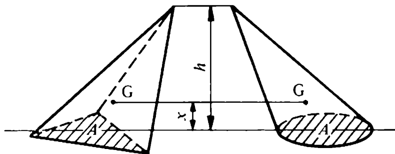


Prisme oblique

$V = A \cdot h$

avec A = aire de la base

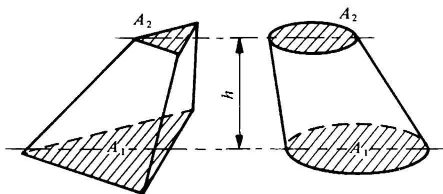




Pyramides et cônes (droits ou obliques)

$V = \dfrac{1}{3} A \cdot h$

$x = \dfrac{h}{4}$



Pyramides et cônes tronqués à bases parallèles (droits ou obliques)

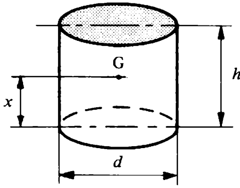
$V = \dfrac{1}{3} h\,(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$

A_1 = aire de la grande base

A_2 = aire de la petite base

1) Le volume est la mesure de l'espace occupé par un corps

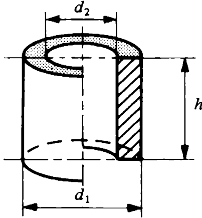
V = volume A_t = aire totale A_l = aire latérale
d = diamètre x = distance du centre de gravité



Cylindre

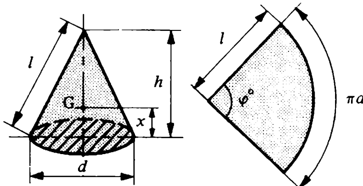
$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} h \qquad x = \frac{h}{2}$$

$$A_t = \pi \cdot d \cdot \left(\frac{d}{2} + h\right) \qquad A_l = \pi \cdot d \cdot h$$



Cylindre creux (limité par deux cylindres coaxiaux)

$$V = \frac{\pi \cdot h}{4}\left(d_1^2 - d_2^2\right)$$



Cône droit

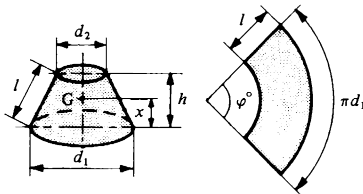
$$V = \frac{\pi \cdot d^2}{12} h$$

$$A_l = \frac{1}{2} \pi \cdot d \cdot l$$

Angle du développement :

$$\varphi[°] = \frac{d}{2 \cdot l} 360°$$

$$x = \frac{h}{4}$$



Tronc de cône droit

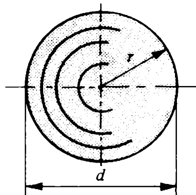
$$V = \frac{\pi \cdot h}{12}\left(d_1^2 + d_2^2 + d_1 d_2\right)$$

$$A_l = \frac{1}{2} \pi (d_1 + d_2)\, l$$

$$x = \frac{h}{4} \cdot \frac{d_1^2 + 2\, d_1 \cdot d_2 + 3\, d_2^2}{d_1^2 + d_1 \cdot d_2 + d_2^2}$$

Angle du développement :

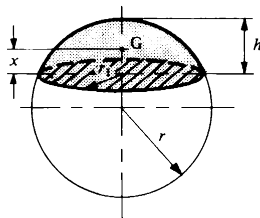
$$\varphi[°] = \frac{d_1 - d_2}{2 \cdot l} 360°$$



Boule

$$V = \frac{\pi}{6} d^3 = 0{,}5236\, d^3 = 4{,}189\, r^3$$

$$A_t = \pi \cdot d^2$$



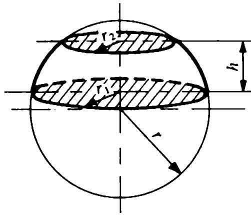
Calotte sphérique

$$V = \pi \cdot h^2 \left(r - \frac{h}{3}\right) = \frac{\pi}{6} h \left(3\, r_1^2 + h^2\right)$$

$$A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$r_1 = \sqrt{h\,(2\,r - h)} \qquad x = \frac{h}{4} \cdot \frac{4\,r - h}{3\,r - h}$$

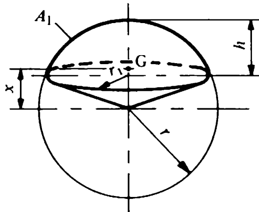
*En mathématique : cylindre, cône, sphère désignent des surfaces, le volume est une portion d'espace limitée par ces surfaces.



Zone sphérique

$$V = \frac{\pi \cdot h}{6}\left(3\,r_1^2 + 3\,r_2^2 + h^2\right)$$

$$A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$



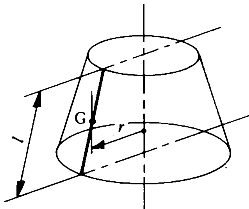
Secteur sphérique

$$V = \frac{2}{3}\,\pi \cdot r^2 \cdot h = 2{,}094 \cdot r^2 \cdot h$$

$$A_l = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$A_t = \pi \cdot r\,(2\,h + r_1)$$

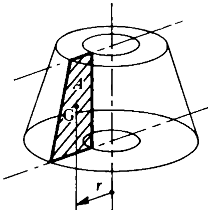
$$x = \frac{3}{8}\,(2\,r - h)$$



Théorème de Guldin

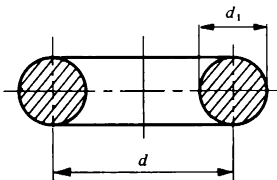
L'aire A_l d'une surface de révolution, obtenue par la rotation d'une ligne plane, tournant autour d'un axe de son plan ne la croisant pas, est égale au produit de la mesure de la longueur l de cette ligne par le périmètre du cercle de rayon r que décrit son centre de gravité G.

$$A_l = 2\,\pi \cdot r \cdot l$$



La mesure du volume V d'un corps de révolution, obtenu par la rotation d'une surface plane, tournant autour d'un axe de son plan ne la traversant pas, est égale au produit de l'aire A de cette surface par le périmètre du cercle, de rayon r, que décrit son centre de gravité G.

$$V = 2\,\pi \cdot r \cdot A$$



Tore

$$V = \frac{\pi^2}{4} \cdot d \cdot d_1^2$$

$$A_t = \pi^2 \cdot d \cdot d_1$$

avec π^2 = 9,8696 (voir page 28)

Propriétés des opérations

Propriétés	Opérations	
	Addition	Multiplication
Commutativité	$a+b = b+a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Associativité	$a+b+c = (a+b)+c =$ $= a+(b+c) = (a+b+c)$	$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c =$ $= a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b \cdot c)$
Elément neutre	$a+0 = 0+a = a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
Elément absorbant		$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$
Opposé	b opposé de a si $b+a = 0$	
Inverse		b inverse de a si $b \cdot a = 1$
Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition	$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$	

Ecriture des opérations, hiérarchie

S'il n'y a pas de signes de groupement tels que ( ), [ ], { }, les opérations doivent être calculées selon la hiérarchie suivante:

1) $\log x$; $\ln x$; $\sin x$; $\cos x$; ...
2) puissances et racines (x^y et $\sqrt[y]{x}$)
3) multiplications et divisions xy et $\frac{x}{y}$
4) additions et soustraction ($x+y$ et $x-y$)

Exemple: $3 + 2^2 \cdot \sin 30° = 3 + 2^2 \cdot \mathbf{0{,}5} = 3 + \mathbf{4} \cdot \mathbf{0{,}5} = 3 + \mathbf{2} = \mathbf{5}$

S'il y a des signes de groupement, les calculer en priorité en appliquant la hiérarchie à l'intérieur du groupeme

Exemple: $(3 + 2)^2 \cdot \sin 30° = 5^2 \cdot \sin 30° = 5^2 \cdot 0{,}5 = 25 \cdot 0{,}5 = 12{,}5$

Nombre de chiffres exacts d'un résultat

Par convention: 17,3 signifie $17{,}3 \pm 0{,}05$ et 17,300 signifie $17{,}300 \pm 0{,}0005$

Nombres arrondis

- lorsque le dernier chiffre d'un nombre est 0, 1, 2, 3 ou 4, arrondir **sans forcer** le chiffre précédent.
  Exemple: $7{,}1424 \approx 7{,}142 \approx 7{,}14 \approx 7{,}1$;
- lorsque le dernier chiffre d'un nombre est 6, 7, 8 ou 9, arrondir **en forçant** le chiffre précédent.
  Exemple: $4{,}2479 \approx 4{,}248 \approx 4{,}25 \approx 4{,}2$;
- lorsque le dernier chiffre d'un nombre est 5, arrondir le chiffre qui précède 5;
  sans le forcer, s'il est un 0, 1, 2, 3 ou 4. Exemple: $7{,}35 \approx 7{,}3$;
  ou le forçant, s'il est un 6, 7, 8 ou 9. Exemple: $13{,}85 \approx 13{,}9$.

Opérations réalisées avec des nombres arrondis

Le rang de l'arrondi ou le nombre de chiffres significatifs d'un résultat est déterminé de la façon suivante:

Somme

272,2
10,403
+ 0,27
= 282,873
► 282,9

rang de l'arrondi le plus grand

Produit

13,521
x 0,241
= 3,25856
► 3,26

le plus petit nombre de chiffres significatifs

Puissance

$5{,}17^2$
= 26,7289
► 26,7

même nombre de chiffres significatifs

Classification périodique des éléments

- No atomique ► **29** — **a** ◄ Forme cristalline à l'état solide[1)]
- Symbole (◒ radioactif) ► **Cu**
- Nom de l'élément ► **Cuivre**
- Masse atomique ► **63,54**
- Masse volumique [g/cm^3] ► **8,92**
- Température de fusion [°C] ► **1083** — **1** ◄ Nombre d'électrons sur la dernière couche

1 d **H** Hydrogène 1,0079 ----- -259 1																	2 **He** Hélium 4,0026 ----- -272 2
3 b **Li** Lithium 6,94 0,53 180 1	4 a **Be** Béryllium 9,012 1,86 1280 2											5 (d) **B** Bore 10,811 2,4 2300 3	6 c e **C** Carbone 12,011 3,5 2,25 3500 4	7 **N** Azote 14.0067 1.03 -210 5	8 h **O** Oxygène 15,9994 1,43 -219 6	9 a **F** Fluor 18,998 1,11 -233 7	10 a **Ne** Néon 20,183 ----- ----- 8
11 b **Na** Sodium 22,991 0,97 98 1	12 c **Mg** Magnésium 24,31 1,75 650 2											13 a **Al** Aluminium 26,9815 2,7 660 3	14 e **Si** Silicium 28,086 2,49 1400 4	15 h **P** Phosphore 30,974 1,83 16,96 5	16 h **S** Soufre 32.064 2.06 115 6	17 **Cl** Chlore 35,453 1,56 -102 7	18 a **Ar** Argon 39,948 ----- ----- 8
19 b **K** Potassium 39,102 0,86 63 1	20 a **Ca** Calcium 40,08 1,55 850 2	21 a **Sc** Scandium 44,956 2,5 1420 2	22 c **Ti** Titane 47,90 4,50 1725 2	23 b **V** Vanadium 50,942 5,96 1700 2	24 b **Cr** Chrome 51,996 7,1 1920 1	25 (e) **Mn** Manganèse 54,938 7,4 1260 2	26 a=γ b=α **Fe** Fer 55,847 7,9 1535 2	27 c **Co** Cobalt 58,933 8,7 1480 2	28 a **Ni** Nickel 58,71 8,9 1450 2	29 a **Cu** Cuivre 63,54 8,92 1083 1	30 c **Zn** Zinc 65,37 7,1 419 2	31 h **Ga** Gallium 69,72 5,93 29,8 3	32 e **Ge** Gérmanium 72,59 5,36 960 4	33 g **As** Arsenic 74,91 5,7 ----- 5	34 d **Se** Selenium 78,96 4,8 217 6	35 h **Br** Brome 79.909 3,12 -7 7	36 a **Kr** Krypton 83,8 ----- ----- 8
37 b **Rb** Rubidium 85,48 1,53 39 1	38 a **Sr** Strontium 87,62 2,6 800 2	39 c **Y** Yttrium 88,905 5,5 1500 2	40 c **Zr** Zirconium 91,22 6,53 1860 2	41 b **Nb** Niobium 92,906 8,4 2400 1	42 b **Mo** Molybdène 95,94 10,4 2600 1	43 c **Tc** Technétium 99 11,5 ----- 1	44 c **Ru** Ruthénium 101,07 12,2 2500 1	45 a **Rh** Rhodium 102,91 12,4 1970 1	46 a **Pd** Palladium 106,4 11,9 1560 0	47 a **Ag** Argent 107,88 10,50 960 1	48 c **Cd** Cadmium 112,4 8,6 321 2	49 f **In** Indium 114,82 7,29 156 3	50 f **Sn** Etain 118,69 7,3 230 4	51 g **Sb** Antimoine 121,75 6.6 630 5	52 d **Te** Tellure 127,60 6,2 450 6	53 h **I** Iode 126,904 4,93 113 7	54 a **Xe** Xènon 131,3 ----- ----- 8
55 b **Cs** Césium 132,905 1,90 28,5 1	56 b **Ba** Baryum 137,34 3,6 850 2	57-71 Lanthanides Terres rares	72 c **Hf** Hafnium 178,49 13,07 2200 2	73 b **Ta** Tantale 180,948 16,6 2850 2	74 b **W** Tungstène 183,85 19,3 3400 2	75 c **Re** Rhenium 186,2 20,5 3170 2	76 c **Os** Osmium 190,2 22,5 2700 2	77 a **Ir** Iridium 192,2 22,4 2450 0	78 a **Pt** Platine 195,09 21,4 1770 1	79 a **Au** Or 196,967 19,3 1063 1	80 h **Hg** Mercure 200,59 13.6 -39 2	81 a **Tl** Thallium 204,37 11,85 449 3	82 a **Pb** Plomb 207,19 11,3 327 4	83 g **Bi** Bismuth 208,98 9,8 270 5	84 a **Po** ◒ Polonium 210 9,5 250 6	85 **At** ◒ Astate (210) ----- ----- 7	86 a **Rn** ◒ Radon 222 ----- ----- 8
87 a **Fr** ◒ Francium (223) ----- ----- 1	88 a **Ra** ◒ Radium 226 ----- ----- 2	89-92 Actinides Eléments artificiels 93-103 trans-uraniens															

57 c **La** Lanthane 138,91 6.2 920 2	58 a **Ce** Cerium 140,12 ----- ----- 2	59 c **Pr** Praseodyme 140,907 ----- ----- 2	60 c **Nd** Neodyme 144,24 ----- ----- 2	61 **Pm** ◒ Prométheum (147) ----- ----- 2	62 g **Sm** Samarium 150,35 ----- ----- 2	63 **Eu** Europium 151,96 ----- ----- 2	64 c **Gd** Gadolinium 157,25 ----- ----- 2	65 **Tb** Terbium 158,924 ----- ----- 2	66 c **Dy** Dysprosium 162,5 ----- ----- 2	67 c **Ho** Holmium 164,93 ----- ----- 2	68 c **Er** Erbium 167,26 ----- ----- 2	69 c **Tm** Thulium 168,934 ----- ----- 2	70 a **Yb** Ytterbium 173,04 ----- ----- 2	71 c **Lu** Lutecium 174,97 ----- ----- 2
89 c **Ac** ◒ Actinium 227 ----- ----- 2	90 a **Th** ◒ Thorium 232.038 ----- ----- 2	91 f **Pa** ◒ Protactinium 231 ----- ----- 2	92 i **U** ◒ Uranium 238.03 ----- ----- 2	93 **Np** ◒ Néptunium (237) ----- ----- 2	94 **Pu** ◒ Plutonium (242) ----- ----- 2	95 **Am** ◒ Americium (243) ----- ----- 2	96 **Cm** ◒ Curium (247) ----- ----- 2	97 **Bk** ◒ Berkelium (249) ----- ----- 2	98 **Cf** ◒ Californium (251) ----- ----- 2	99 **E** ◒ Einsteinium (254) ----- ----- 2	100 **Fm** ◒ Férmium (253) ----- ----- 2	101 **Mv** ◒ Mendelevium (256) ----- ----- 2	102 **No** ◒ Nobelium (254) ----- ----- 2	103 **Lw** ◒ Lawrencium ----- ----- ----- 2

1) Forme cristalinne à l'état solide :

a. Cubique à faces centrées
b. Cubique centrée
c. Hexagonale compacte
d. Hexagonale
e. Cubique compacte
f. Tétragonale
g. Rhomboédrale
h. Rhombique
i. Orthorhombique

A α	alpha	I ι	iota	P ϱ	rô
B β	bêta	K κ $\varkappa$	kappa	Σ σ ς	sigma
Γ γ	gamma	Λ λ	lambda	T τ	tau
Δ δ	delta	M μ	mu	Y υ	upsilonn
E ε	épsilonn	N ν	nu	Φ φ	phi
Z ζ	dzéta	Ξ ξ	ksi	X χ	khi
H η	êta	O o	omicronn	Ψ ψ	psi
Θ ϑ θ	thêta	Π π	pi	Ω ω	ômega

Notes

$W = m \cdot c \cdot \Delta\theta$

(c)haleur massique

$\Delta\theta$ différence de température [°C]

Anion = ion négatif

Cation = ion positif

Grandeurs scalaires

Une grandeur est dite *scalaire* lorsqu'il suffit d'un nombre pour la caractériser

Exemples : la mesure de...

La longueur d'une poutre	:	4 mètres
Le volume d'un réservoir	:	50 mètres cubes
La masse d'un corps	:	7 kilogrammes
La fréquence de rotation	:	200 tours par minute

Ce nombre est suivi du nom de l'unité employée pour mesurer sa grandeur.

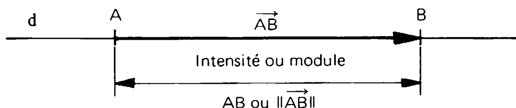
Grandeur vectorielle

Certaines grandeurs sont dites *dirigées.*

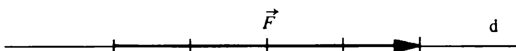
Exemples :
La vitesse d'une automobile est une ***grandeur dirigée*** : $\vec{v}$
L'accélération d'un corps en chute libre est une ***grandeur dirigée*** : $\vec{a}$
La force agissant sur l'attelage d'une remorque est une ***grandeur dirigée*** : $\vec{F}$

Une grandeur dirigée $\overrightarrow{AB}$ est appelée ***grandeur vectorielle***. Elle est représentée par un *vecteur* caractérisé par

- sa *droite d'action* d (direction)
- son *sens* (de A vers B)
- son *intensité* ou *module* (nombre mesurant sa grandeur); l'intensité ou module de la grandeur vectorielle se note AB ou $\|\overrightarrow{AB}\|$.



Exemple : Représentation d'une force horizontale dirigée vers la droite, d'intensité 40 N. Unité : 1 cm $\hat{=}$ 10 N ($\hat{=}$ veut dire : correspond à)

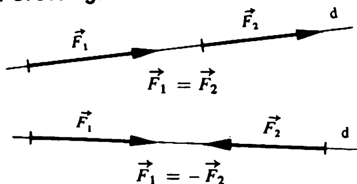


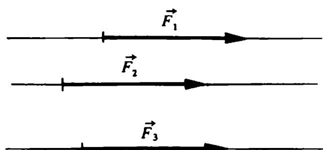
$\vec{F}$ représente le vecteur force et se lit "vecteur F".
F non surmonté de →, exprime l'intensité du vecteur force $\vec{F}$;
dans ce cas, on écrira : $F = 40$ N ou encore $\|\vec{F}\| = 40$ N

Règles de calcul Les *scalaires* se calculent selon les règles connues de l'arithmétique et de l'algèbre.
Les *vecteurs* se calculent selon les règles spéciales du calcul vectoriel (par ex. : addition géométrique).

Unité de force :	Système SI	Système périmé MKpS
	Le Newton [N]	Le kilogramme-poids [kp]
Equivalence :	1 N = 0,102 kp	1 kp = 9,81 N

Forces égales





Deux forces sont égales si elles ont même droite d'action *d*, même sens et même intensité.

Deux forces sont opposées si elles ont même droite d'action, même intensité et des sens contraires.

Vecteurs équipollents

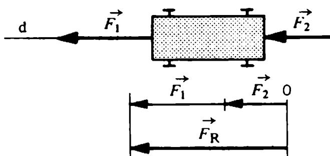
Deux vecteurs de même espèce sont *équipollents* s'ils ont des droites d'action parallèles, même sens et même intensité.

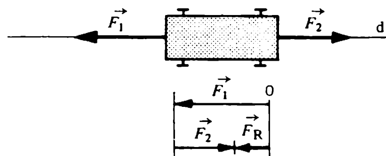
Opérations sur les vecteurs :

Somme géométrique de 2 forces situées sur la même droite d'action :

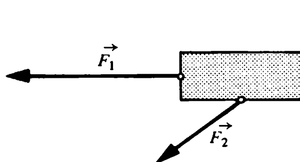
La grandeur de la résultante $\vec{F_R}$ et son signe seront obtenus en faisant la *somme algébrique* des forces. On écrira l'égalité algébrique

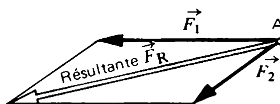
$$F_R = F_1 + F_2 \qquad\qquad F_R = F_1 + (-F_2) = F_1 - F_2$$

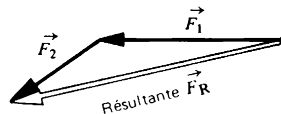




Somme géométrique de 2 forces concourantes (leurs droites d'action se coupent) :







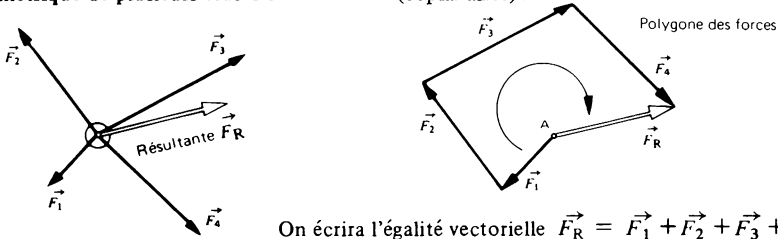
On écrira l'*égalité vectorielle* $\vec{F_R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{F_2} + \vec{F_1}$ *

Attention : il ne s'agit plus d'une somme algébrique mais d'une *somme géométrique* dans laquelle l'intensité de $\vec{F_R}$ est obtenue graphiquement au moyen du parallélogramme des forces (addition de 2 forces) ou du polygone des forces (addition de 3 forces ou plus).

L'intensité de $\vec{F_R}$ peut être calculée en utilisant la formule du théorème du cosinus, page 31.

*La composition des forces est commutative.

Somme géométrique de plusieurs forces concourantes (coplanaires) :



On écrira l'égalité vectorielle $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

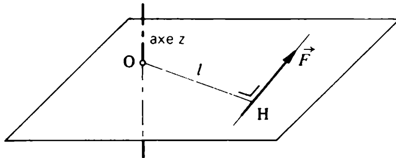
Le vecteur fermant ce polygone des forces donne en intensité, direction et sens la *résultante* $\vec{F}_R$ *du système donné.*

Remarque importante : la somme géométrique de plusieurs vecteurs ne dépend pas de l'ordre dans lequel on les prend. La composition des vecteurs est commutative.

Moments : Moment d'une force, moment d'un couple de force

Le moment M d'une force par rapport à un point ou un axe est égal au produit de l'intensité F de la force par la distance l (bras du levier OH).

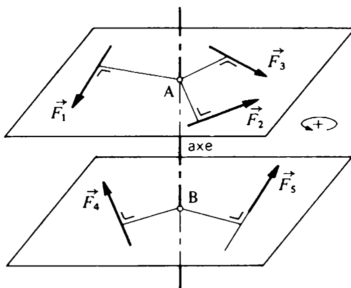
Moment d'une force $\vec{F}$ située dans un plan ⊥ à un axe z



Moment $\boxed{M_0 = F \cdot l}$ $l \perp \vec{F}$

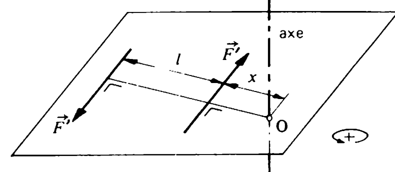
Par convention : le signe du moment est positif ($+M$) lorsque la force F tourne dans le sens inverse des aiguilles de la montre (+) ; négatif ($-M$) dans le sens des aiguilles (−).

Plusieurs moments agissant sur le même axe



$$M = \Sigma M_1, \ldots = M_1 + M_2 - M_3 - M_4 + M_5 + \ldots$$

Moment d'un couple de forces $\vec{F}'\ \vec{F}'$ situé dans un plan ⊥ à un axe quelconque



De la somme $\Sigma M_0 = F'(l + x) - F'x$ on obtient

$\boxed{\Sigma M_0 = F' \cdot l}$ $l \perp \vec{F}'$

Le moment du couple est *indépendant* de l'axe et de son intersection O avec le plan. Ainsi : le moment M d'un couple de forces est égal au produit de l'une des forces F' par la distance l qui les sépare.

Dans la pratique, on a souvent $l = d = 2r$

Le moment M du couple vaut

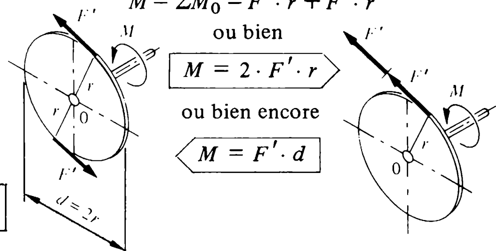
$$M = \Sigma M_0 = F' \cdot r + F' \cdot r$$

ou bien

$$M = 2 \cdot F' \cdot r$$

ou bien encore

$$M = F' \cdot d$$



Remarque: Le moment d'un couple de forces $\vec{F}'\vec{F}'$ est parfois symbolisé par T au lieu de M.

Conditions d'équilibre d'un corps solide sollicité par des forces quelconques situées dans un même plan (forces coplanaires).

Pour que le corps soit en équilibre, il faut et il suffit

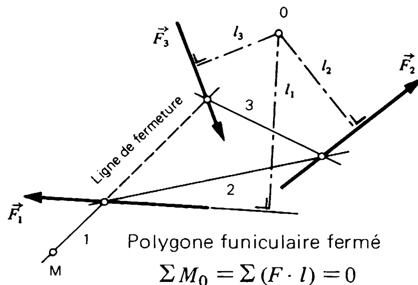
1. que la somme géométrique des forces données soit nulle, c'est-à-dire que le polygone des forces soit fermé

$$\vec{F}_R = \Sigma \vec{F} = \vec{0}$$

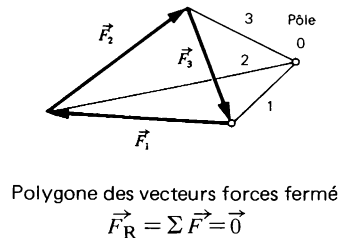
2. que la somme géométrique des moments de ces forces par rapport à un point 0 quelconque du plan soit également nulle

$$\Sigma M_0 = \Sigma (F \cdot l) = 0$$

Exemple d'un corps solide en équilibre



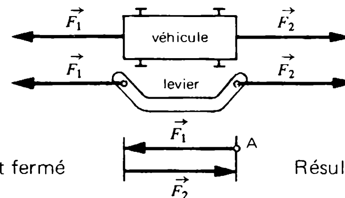
Polygone funiculaire fermé
$\Sigma M_0 = \Sigma (F \cdot l) = 0$



Polygone des vecteurs forces fermé
$\vec{F}_R = \Sigma \vec{F} = \vec{0}$

1er cas particulier : **Corps en équilibre sous l'action de 2 forces**

Il faut et il suffit que les deux forces soient égales et directement opposées.

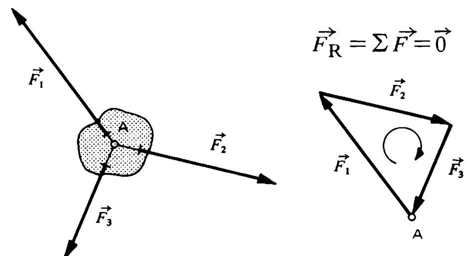


Le polygone des forces est fermé

Résultante $\vec{F}_R = \vec{0}$

2e cas particulier : **Corps en équilibre sous l'action de 3 forces concourantes en A** (droites d'action se coupant au même point A).

Il faut et il suffit que la somme géométrique des forces concourantes soit nulle, c'est-à-dire que le polygone des vecteurs forces soit fermé ($\vec{F}_R = \vec{0}$)



Grue murale en équilibre sous la charge à lever G

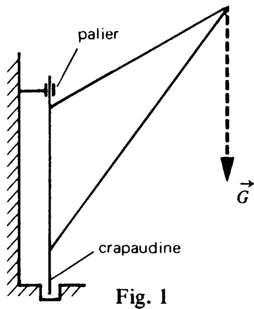


Fig. 1

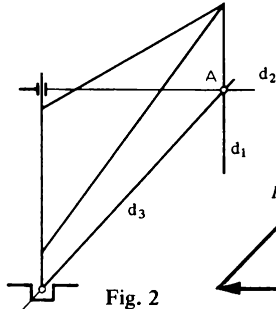
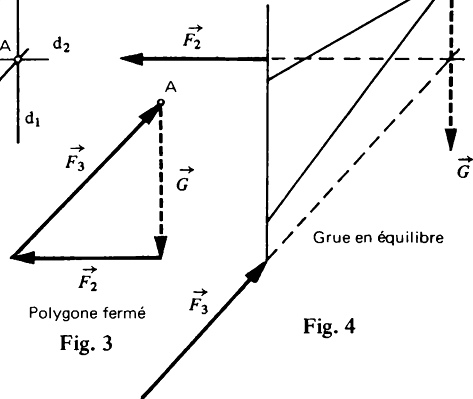


Fig. 2



Polygone fermé
Fig. 3

Fig. 4

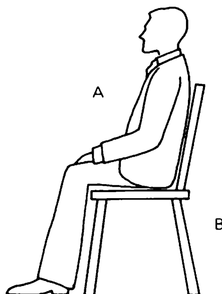
Connaissant $\vec{G}$, rechercher les efforts dans le palier. et dans la crapaudine assurant l'équilibre de la grue :

- Isoler la grue (fig. 2)
- Tracer les droites d'action connues d_1 puis d_2 : intersection A
- Tracer la 3e droite d'action d_3 reliant A à la crapaudine.
  Les 3 forces sont concourantes en A.
- Tracer le polygone des vecteurs forces fermé $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$: grue en équilibre (fig. 3)
- Mesurer les forces d'équilibre $\vec{F_2}$ et $\vec{F_3}$

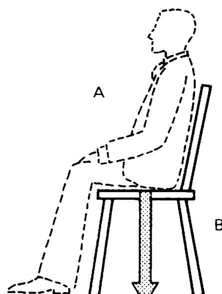
Action et réaction

Si un corps A exerce une *action* (force) sur un corps B, inversement le corps B exerce sur le corps A une force directement opposée, appelée *réaction*.

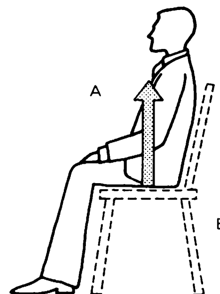
Action et réaction sont toujours des forces *égales* et opposées, agissant sur la même droite d'action.
Les corps A et B peuvent être en contact ou non, au repos ou en mouvement.
A toute action correspond toujours une réaction.



A est assis sur B



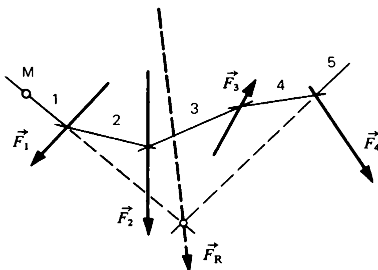
action de A sur B



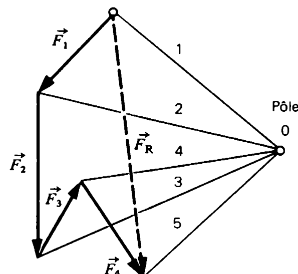
réaction de B sur A

Résultante d'un système de forces coplanes quelconques

Polygone funiculaire (ouvert)



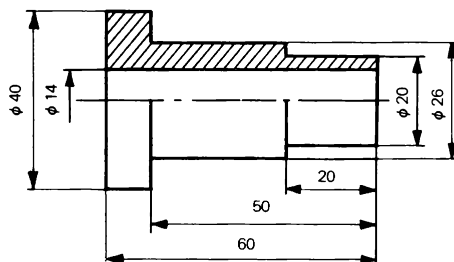
Polygone dynamique ou polygone des forces (ouvert)

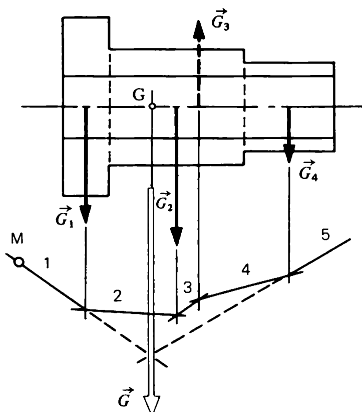


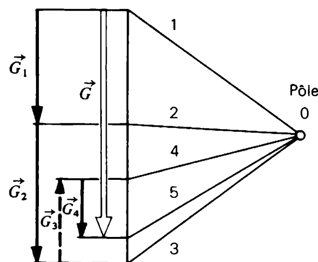
Si le polygone *dynamique* (polygone des forces) est *ouvert*, le système des forces admet une résultante.
Si le polygone *funiculaire* est *ouvert*, le système des forces admet un couple résultant.
Si le *dynamique* et le *funiculaire* sont *fermés*, le système des forces données est en équilibre.

Détermination graphique du centre de gravité G d'un volume ou d'une surface plane.

Exemple:
Déterminer graphiquement la position de G de la pièce mécanique ci-jointe :

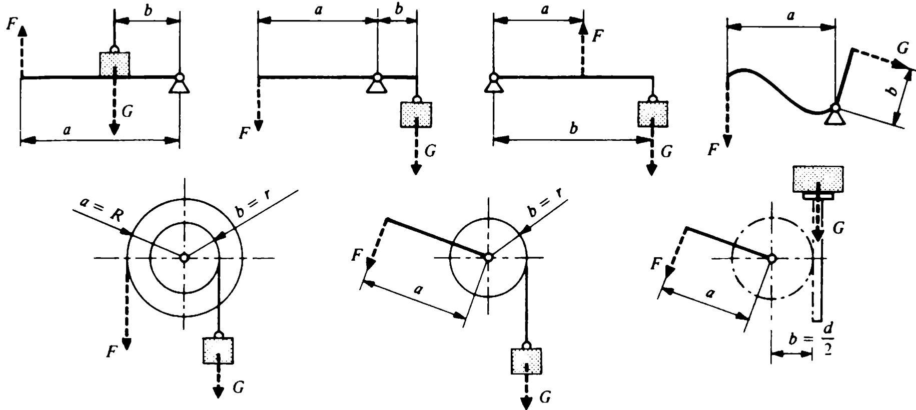






Remarque : Par mesure de simplification, les vecteurs $\vec{G}$, $\vec{F}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$ apparaissant dans les figures des pages suivantes seront représentés par G, F, v, a.

Levier

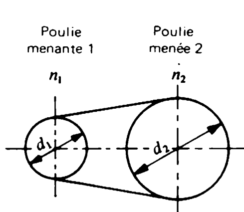


Moment de la force F = Moment de la pesanteur G de la charge
Force F x bras de la force a = Charge G x bras de la charge b

$$F \cdot a = G \cdot b$$

Les bras a et b se mesurent toujours à partir du point d'articulation, perpendiculairement à F et G

Transmission par courroie



a) Transmission simple

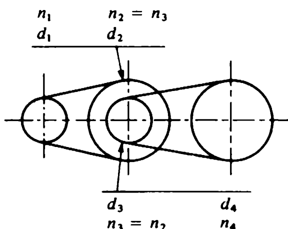
$$n_1 \cdot d_1 \approx n_2 \cdot d_2$$

Rapport de transmission

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \approx \frac{d_2}{d_1}$$

$$M_1 \cdot d_2 = M_2 \cdot d_1$$

n_1, n_2 fréquence de rotation
d_1, d_2 diamètre des poulies
M_1, M_2 moment agissant sur les arbres des poulies



b) Transmission multiple

$$n_1 \cdot d_1 \cdot d_3 \approx n_4 \cdot d_2 \cdot d_4$$

Rapport de transmission

$$i = \frac{n_1}{n_4} \approx \frac{d_2 \cdot d_4}{d_1 \cdot d_3}$$

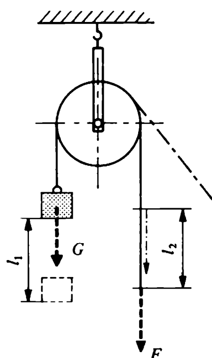
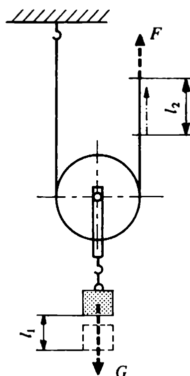
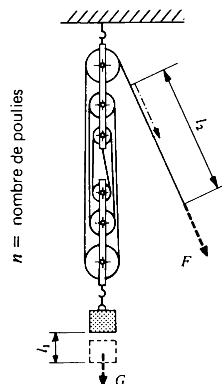
n_1, n_2, n_3, n_4 fréquence de rotation
d_1, d_3 poulies menantes
d_2, d_4 poulies menées

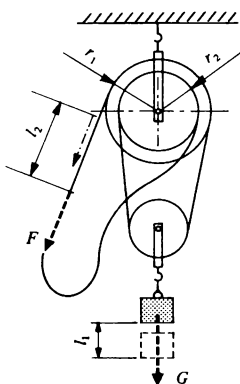
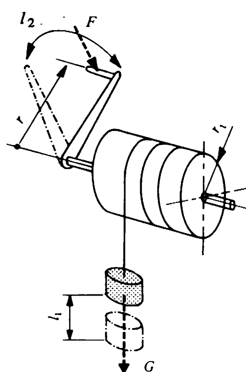
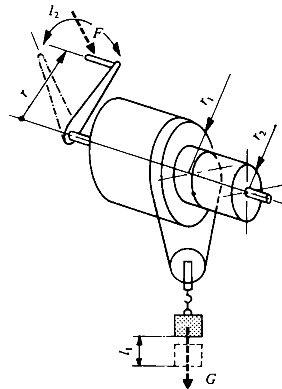
Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

Les formules ci-dessous négligent les frottements. Ceux-ci sont généralement inclus dans le rendement η de la machine. On en tiendra compte :

- en divisant G par η lorsqu'on calculera F,
- en multipliant F par η lorsqu'on calculera G.

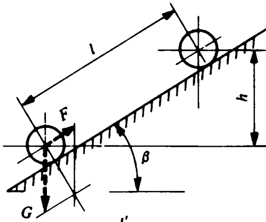
Exemple : pour le treuil : $F = \frac{G}{\eta} \cdot \frac{r_1}{r}$ ou bien $G = F \cdot \eta \cdot \frac{r}{r_1}$

Poulie fixe	**Poulie folle**	**Palan**
		
$F = G$	$F = \frac{G}{2}$	$F = \frac{G}{n}$
$l_1 = l_2$	$l_1 = \frac{l_2}{2}$	$l_1 = \frac{l_2}{n}$

Palan différentiel	**Treuil**	**Treuil différentiel**
		
$F = G \frac{r_1 - r_2}{2 r_1}$	$F = G \frac{r_1}{r}$	$F = G \frac{r_1 - r_2}{2 r}$
$l_1 = l_2 \frac{r_1 - r_2}{2 r_1}$	$l_1 = l_2 \frac{r_1}{r}$	$l_1 = l_2 \frac{r_1 - r_2}{2 r}$

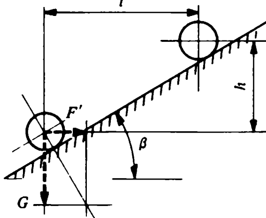
Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

Plan incliné, coin (sans tenir compte du frottement. En cas contraire, voir "Frottement", pages 50 et 51.)



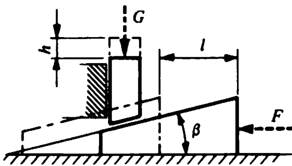
$F \cdot l = G \cdot h$

$$F = \frac{G \cdot h}{l} = G \cdot \sin\beta$$



$F' \cdot l' = G \cdot h$

$$F' = \frac{G \cdot h}{l'} = G \cdot \tan\beta$$



$F \cdot l = G \cdot h$

$$F = \frac{G \cdot h}{l} = G \cdot \tan\beta$$

$$F = G \; \frac{\text{inclinaison en \%}}{100}$$

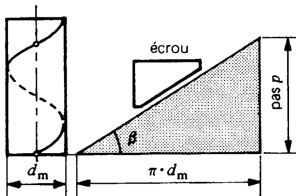
F, F' et G doivent être donnés dans la même unité de force.

l, l' et h doivent être donnés dans la même unité de longueur.

β angle que fait le plan incliné avec le plan horizontal.

Inclinaison: voir p. 105

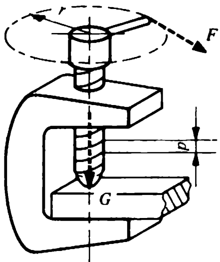
Vis (sans tenir compte du frottement. En cas contraire, voir "Frottement", pages 50 et 51.)



$$\tan\beta = \frac{p}{\pi \cdot d_m}$$

$$d_m = \frac{d + d_3}{2}$$

p pas de l'hélice
β angle de l'hélice moyenne
d diamètre nominal [1]
d_m diamètre moyen
d_3 diamètre intérieur



$$F = G \, \frac{p}{2 \pi r}$$

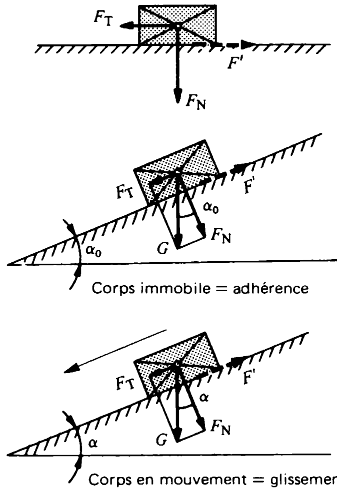
Moment de serrage

$$M = F \cdot r = G \frac{p}{2 \cdot \pi}$$
$$M = G \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \tan\beta$$

F effort de traction
G effort de serrage
r bras du levier
M moment de serrage

Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.
1) Voir normes VSM : Extrait pour écoles professionnelles.

Frottement d'adhérence μ_0, frottement de glissement μ : voir tableau page 21.



Lorsque $F_T < F'$, le corps est immobile : il y a adhérence. Utiliser le coefficient μ_0.

Lorsque $F_T > F'$, le corps se met en mouvement : il y a glissement. Utiliser le coefficient μ.

Coefficient d'adhérence :

$$\mu_0 = \frac{F_T}{F_N} = \tan\alpha_0$$

$$\Rightarrow \ F_T = \mu_0 \cdot F_N$$

Coefficient de glissement :

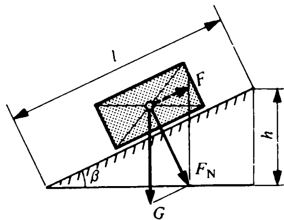
$$\mu = \frac{F_T}{F_N} = \tan\alpha$$

$$\Rightarrow \ F_T = \mu \cdot F_N$$

F'	force de résistance au frottement
F_T	force tangente au plan de frottement
F_N	force normale (⊥) au plan de frottement
μ_0	coefficient d'adhérence
μ	coefficient de glissement
α_0 [°]	angle maximum qui mainti le corps immobile
α [°]	angle minimum qui provoq le glissement du corps

Remarque : les valeurs de μ_0 et μ peuvent être déterminées expérimentalement par la mesure de l'angle α_0 et α.

Plan incliné



β = angle d'inclinaison du plan sur lequel repose le corps à déplacer.

1. La force est **parallèle au plan incliné**

– Sans frottement : $F \cdot l = G \cdot h$

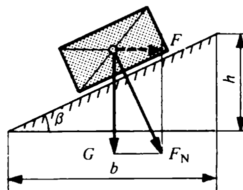
$$F = G\,\frac{h}{l} = G \cdot \sin\beta$$

– Avec frottement

$F = G\ (\sin\beta + \mu\cos\beta)$	→ pour faire monter le corps
$F = G\ (\sin\beta - \mu\cos\beta)$	→ pour faire descendre le corps
$F = G\ (\sin\beta - \mu_0\cos\beta)$	→ pour immobiliser le corps

Le corps se maintient en mouvement lorsque $\beta \geqslant \alpha$

Le corps s'immobilise lorsque $\beta < \alpha_0$



β = angle d'inclinaison du plan sur lequel repose le corps à déplacer.

2. La force est **parallèle à la base horizontale**

– Sans frottement : $F \cdot b = G \cdot h$

$$F = G\,\frac{h}{b} = G\tan\beta$$

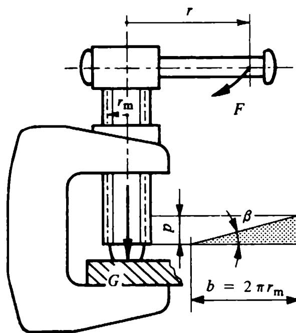
– Avec frottement

$F = G \cdot \tan(\beta + \alpha)$	→ pour faire monter le corps
$F = G \cdot \tan(\beta - \alpha)$	→ pour faire descendre le corps
$F = G \cdot \tan(\beta - \alpha_0)$	→ pour immobiliser le corps

Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

Frottement dans un assemblage vis-écrou

1. Filets carrés



En fonction du rendement η

$G \cdot p = F \cdot 2\pi \cdot r \cdot \eta$

Moment de serrage:

$$M = F \cdot r = G \frac{p}{2\pi\eta} = G \cdot r_m \frac{\tan\beta}{\eta}$$

En fonction du frottement μ

$M = G \cdot r_m \cdot \tan(\beta + \alpha)$ pr serrer

[1] $M = G \cdot r_m \cdot \tan(\beta - \alpha)$ pr desserrer

avec $\tan\alpha = \mu \Rightarrow \alpha$

Rendement mécanique au serrage

$$\eta = \frac{\tan\beta}{\tan(\beta + \alpha)}$$

Le développement du filet de la vis donne un triangle dans lequel :

p	[mm]	pas de filetage
b	[mm]	$= 2 \cdot \pi \cdot r_m$
r_m	[mm]	rayon moyen $= \frac{d_2}{2}$ *
β	[°]	angle de l'hélice moy.
α	[°]	angle de frottement
μ		coefficient de glissement
F	[N]	effort de traction
r	[mm]	bras de levier
G	[N]	effort de serrage
M	[N·mm]	moment de serrage
η		rendement mécanique

[1] **En visserie** (système irréversible) l'angle α de frottement est toujours plus grand que l'angle β de l'hélice. Le moment de desserrage sera de signe contraire (négatif) donné par $\beta - \alpha$.

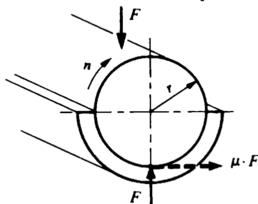
2. Filets triangulaires : Dans les formules ci-dessus, introduire α' à la place de α.



$$\tan\alpha' = \mu' = \frac{\mu}{\cos\frac{\varphi}{2}}$$

φ	[°]	angle des flancs du filet (30°, 55°, 60°)*

Frottement dans un palier



Moment de frottement :

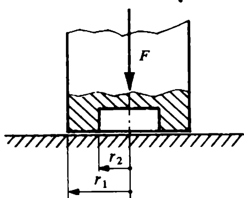
$$M = \mu \cdot F \cdot r$$

Puissance absorbée par le frottement :

$$P = M \cdot \omega \quad \text{avec } \omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$$

μ		coefficient de frottement
F	[N]	effort sur le palier
r	[m]	rayon du palier
M	[Nm]	moment de frottement
P	[W]	puissance absorbée
ω	[rad/s]	vitesse angulaire
n	[tr/min]	fréquence de rotation

Frottement dans un pivot vertical rodé



Moment de frottement :

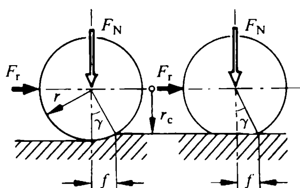
$$M = \mu \cdot F \frac{r_1 + r_2}{2}$$

Si $r_2 = 0$ on a :

$$M = \frac{1}{2} \mu \cdot F \cdot r$$

μ		coefficient de frottement
F	[N]	effort sur le pivot
r_1, r_2	[m]	rayons
M	[Nm]	moment de frottement

Résistance au roulement



On a l'équilibre

$F_r \cdot r_c = F_N \cdot f$

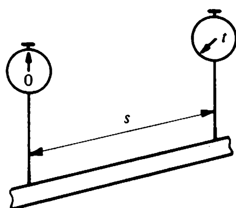
$$F_r = F_N \frac{f}{r_c} = F_N \cdot \mu'$$

avec $\mu' = \frac{f}{r_c} = \tan\gamma$

F_r		force de résistance au roulement, applicable sur l'axe de la roue
F_N		charge normale au plan de roulement
r_c	[mm]	rayon sous charge
f	[mm]	bras de levier de la résistance au roulement**
μ'		coefficient de résistance au roulement**

*Voir normes VSM: Extrait pour Ecoles professionnelles.

**Voir tables page 21.



Vitesse linéaire v

$$v = \frac{s}{t}$$

$$\Rightarrow \quad s = v \cdot t$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{s}{v}$$

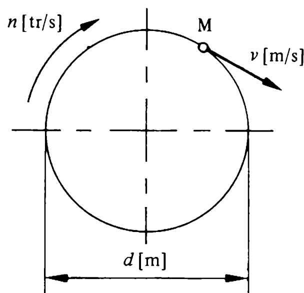
v	[m/s]	vitesse
s	[m]	espace parcouru
t	[s]	temps

Conversion des unités :

$1 \text{ m/s} = \frac{3600}{1000} \text{ km/h} = 3{,}6 \text{ km/h}$

$1 \text{ m/s} = 60 \text{ m/min}$

$1 \text{ km/h} = \frac{1000}{3600} \text{ m/s} = \frac{1}{3{,}6} \text{ m/s}$



Vitesse circonférentielle v

$$v = \pi \cdot d \cdot n$$

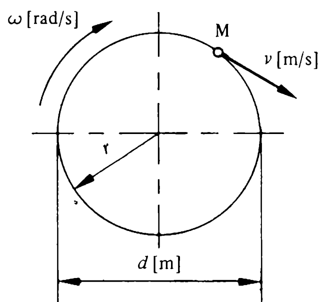
v	[m/s]	vitesse
d	[m]	diamètre
n	[tr/s]	fréquence de rotation

Vitesse angulaire ω

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

ω	[rad/s]	vitesse angulaire
n	[tr/s]	fréquence de rotation

Rappel : rad/s = $\frac{\text{m}}{\text{m}}$/s = 1/s (voir page 28)



Fréquence de rotation n

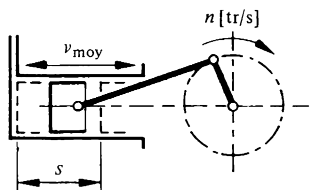
$$n = \frac{v}{\pi \cdot d} = \frac{\omega}{2\pi}$$

v	[m/s]	vitesse
ω	[rad/s]	vitesse angulaire
d	[m]	diamètre
n	[tr/s]	fréquence de rotation

Relation entre v et ω

$$v = \omega \cdot r = \omega \frac{d}{2}$$

v	[m/s]	vitesse
ω	[rad/s]	vitesse angulaire
d	[m]	diamètre
r	[m]	rayon



Vitesse moyenne $v_{moy.}$ d'un piston

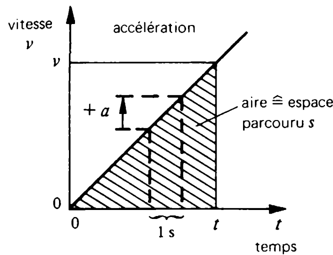
$$v_{moy} = 2 \cdot s \cdot n$$

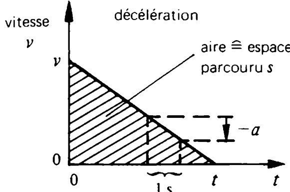
Vitesse maximale: voir page 69

v_{moy}	[m/s]	vitesse moyenne
s	[m]	course du piston
n	[tr/s]	fréquence de rotation du vilebrequin

Remarque : $1 \frac{\text{tr}}{\text{s}} = 1 \frac{1}{\text{s}} = 1 \text{ s}^{-1}$ $\quad 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 1 \frac{1}{\text{s}} = 1 \text{ s}^{-1}$





Vitesse après t secondes

$$v = a \cdot t \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v}{t} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v}{a}$$

v	[m/s]	vitesse
a	[m/s²]	accélération ou décélération
t	[s]	temps

Espace parcouru s

$$s = \frac{v \cdot t}{2}$$

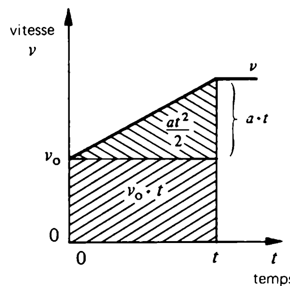
$$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$s = \frac{v^2}{2a}$$

s	[m]	espace parcouru
v	[m/s]	vitesse après t secondes
t	[s]	temps
a	[m/s²]	accélération ou décélération

Lorsque la vitesse augmente, a est positif $(+a)$
Lorsque la vitesse diminue, a est négatif $(-a)$

Mouvement uniformément accéléré **avec vitesse initiale** v_o



Accélération

$$a = \frac{v - v_o}{t}$$

Vitesse finale

$$v = v_o + at \qquad = \sqrt{v_o^2 + 2as}$$

Espace parcouru

$$s = \frac{v_o + v}{2} \cdot t \qquad = v_o \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$\Rightarrow \quad s = v_m \cdot t$

v	[m/s]	vitesse finale
v_o	[m/s]	vitesse initiale
v_m	[m/s]	vitesse moyenne
s	[m]	espace parcouru
t	[s]	temps
a	[m/s²]	accélération $(+a)$ décélération $(-a)$

Lors d'un mouvement uniformément décéléré, utiliser les mêmes formules en tenant compte que a est **négatif** $(-a)$!

Chute des corps dans le vide : $a = g \approx 9{,}81$ m/s² sur Terre

Chute libre
sans vitesse initiale v_o

$$v = g \cdot t$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{v \cdot t}{2}$$

Corps lancé vers le haut
avec vitesse initiale v_o

Hauteur max. atteinte :

$$h_{max} = \frac{v_o^2}{2 \cdot g}$$

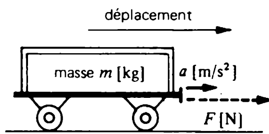
Durée de la montée:

$$t = \frac{v_o}{g} = \frac{2\,h_{max}}{v_o}$$

v	[m/s]	vitesse après t secondes
v_o	[m/s]	vitesse initiale
h	[m]	hauteur
t	[s]	temps
g	[m/s²]	accélération de la pesanteur

Mouvements d'un véhicule en tenant compte des résistances au roulement, de l'air, de la pente: voir pages 76-79.

Loi fondamentale



$$F = m \cdot a$$

$$\Rightarrow m = \frac{F}{a} \quad \Rightarrow a = \frac{F}{m}$$

m	[kg]	masse
a	[m/s^2]	accélération
F	[N]	force

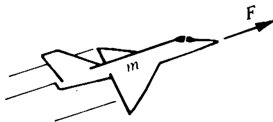
Remarque : la force et l'accélération sont deux grandeurs vectorielles. La notation vectorielle ($\vec{F}$ et $\vec{a}$) a été supprimée par simplification.

Mouvement d'un corps de masse m, soumis à une force F

Sans tenir compte des frottements

$$m \cdot \Delta v = F \cdot \Delta t$$

Variation de quantité de mouvement = impulsion pendant Δt



Variation de vitesse

$$\Rightarrow \Delta v = \frac{F \cdot \Delta t}{m}$$

Force accélérante ou décélérante

$$\Rightarrow F = \frac{m \cdot \Delta v}{\Delta t}$$

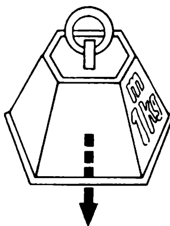
Variation de temps

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{m \cdot \Delta v}{F}$$

m	[kg]	masse
F	[N]	force résultante exercée sur la masse
Δv	[m/s]	variation de vitesse
Δt	[s]	variation de temps

Force de pesanteur G d'un corps: c'est la force que l'attraction terrestre, lunaire, etc., exerce sur le co

masse marquée



force de pesanteur de la masse marquée. Sur Terre: $G = 1\ \text{kg} \times 9{,}81\ \text{m/s}^2 = 9{,}81\ \text{N}$

$$F = m \cdot a$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$G = m \cdot g \quad \Rightarrow m = \frac{G}{g}$$

En un même lieu, g a la même grandeur pour tous les corps.

Exemple:

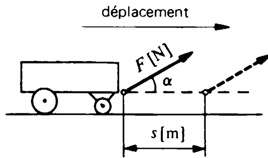
à Paris $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$
sur la Lune $g = 1{,}63\ \text{m/s}^2$

m	[kg]	masse du corps
g	[m/s^2]	accélération de la pesanteur
G	[N]	force de pesanteur du corps

Une force constante travaille quand son point d'application se déplace.

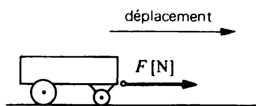
Unité de travail : le joule [J] 1 J = 1 Nm

Travail d'une force constante quelconque



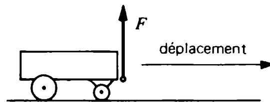
$$W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$$

W	[J]	travail mécanique
F	[N]	force constante
s	[m]	espace parcouru par le point d'application de F



Si $\alpha = 0 \rightarrow \cos\alpha = 1$

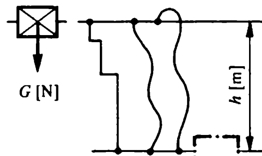
$$W = F \cdot s$$



Si $\alpha = 90° \rightarrow \cos\alpha = 0$

$W = 0$

Travail de la pesanteur



le chemin parcouru par le corps peut être quelconque

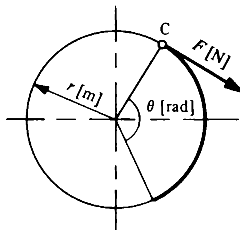
$$W = G \cdot h$$

ou bien

$$W = m \cdot g \cdot h$$

W	[J]	travail mécanique
G	[N]	force de pesanteur
h	[m]	hauteur
m	[kg]	masse
g	[m/s²]	accélération de la pesanteur

Travail d'une force tangente à un cercle



$$W = F \cdot r \cdot \theta$$

ou bien

$$W = M \cdot \theta$$

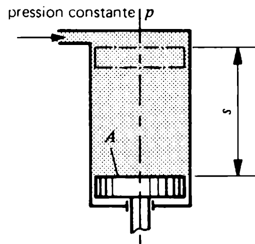
avec $M = F \cdot r$

Si le point C fait n tours, on aura $\theta = 2\,\pi\,n$ [rad]

W	[J]	travail mécanique
F	[N]	force tournante
r	[m]	rayon du cercle
M	[Nm]	moment de torsion
θ	[rad]	angle balayé
	1 rad	= 57,3°

Rappel : rad $= \frac{\text{m}}{\text{m}}$ (voir p. 28)

Travail d'un fluide sous pression constante



$$W = p \cdot V$$

W	[J]	travail
V	[m³]	variation de volume
p	[Pa]	pression constante 1 Pa = 1 N/m²

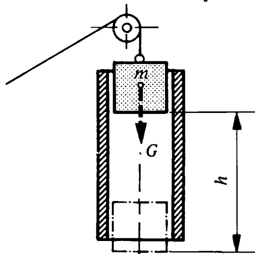
ou bien

$$W = \frac{p \cdot V}{10}$$

avec $V = s \cdot A$

W	[J]	travail
V	[cm³]	variation de volume
p	[bar]	pression 1 bar = 1 daN/cm²

Energie potentielle W_p, ou énergie en réserve, en attente



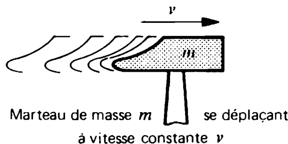
$$W_p = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

avec $G = m \cdot g$

W_p	[J]	énergie potentielle
G	[N]	force de pesanteur
h	[m]	hauteur
m	[kg]	masse

$g = 9{,}81$ m/s² sur Terre

Energie cinétique W_c ou énergie de mouvement

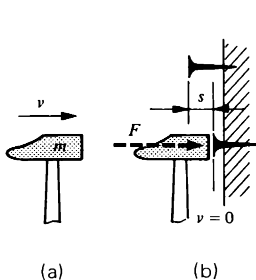


Marteau de masse m se déplaçant à vitesse constante v

$$W_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

W_c	[J]	énergie cinétique du corps en mouvement
m	[kg]	masse du corps
v	[m/s]	vitesse du corps

Transformation d'une énergie cinétique en un travail mécanique



(a) (b)

a) Le corps de masse m possède une énergie cinétique égale à :

$$W_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

b) Le corps restitue cette énergie W_c sous forme de travail mécanique $W = F \cdot s$ et d'énergie calorifique. En négligeant cette dernière, on en déduit la force travaillante :

$$F = \frac{m \cdot v^2}{2\,s}$$

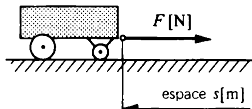
F	[N]	force de frappe
m	[kg]	masse du corps en mouvement
v	[m/s]	vitesse du corps
s	[m]	déplacement durant lequel le corps restitue son énergie et perd sa vitesse

Energie accumulée dans un ressort: voir page 59
Energie cinétique appliquée à l'automobile: voir page 79

La puissance représente le travail produit ou absorbé à chaque seconde

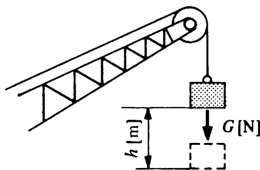
Unité SI : le watt [W] puissance $= \frac{\text{travail}}{\text{temps}} = \frac{W}{t}$

Puissance d'une force constante



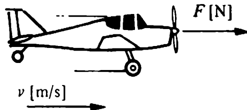
$$P = \frac{F \cdot s}{t}$$

P	[W]	puissance
F	[N]	force constante
s	[m]	espace parcouru
t	[s]	temps



$$P = \frac{G \cdot h}{t}$$

G	[N]	force de pesanteur
h	[m]	hauteur

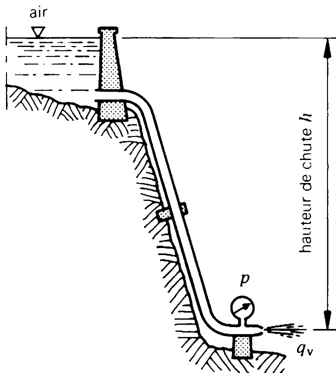


$$P = F \cdot v$$

v	[m/s]	vitesse

Enèrgie électrique absorbée
$W = R \cdot I^2 \cdot t$

Puissance d'un débit-volume sous pression constante



En négligeant les frottement dans la conduite, on a:

Puissance = débit-force × hauteur

$P = q_F \cdot h$

$q_F = q_m \cdot g = q_V \cdot \varrho \cdot g$

$$P = q_V \cdot \varrho \cdot g \cdot h$$

P	[W]	puissance
q_F	[N/s]	débit-force
q_m	[kg/s]	débit-masse
q_V	[m³/s]	débit-volume
ϱ	[kg/m³]	masse volumique, voir page 18
h	[m]	hauteur de chute
g	= 9,81 m/s²	sur Terre

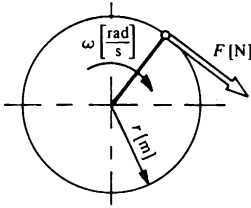
La pression du fluide, mesurée à la sortie de la conduite, vaut:

$p = \varrho \cdot g \cdot h$

$$P = q_V \cdot p$$

P	[W]	puissance
q_V	[m³/s]	débit-volume
p	[Pa]	pression du fluide 1 bar = 10^5 Pa

Puissance développée par une force F tournante



$$P = F \cdot r \cdot \omega$$

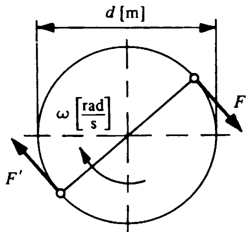
avec $M = F \cdot r$

$$P = M \cdot \omega$$

avec $\omega = 2\pi n$

P	[W]	puissance
F	[N]	force tournante
r	[m]	rayon du cercle
M	[Nm]	moment
ω	[rad/s]	vitesse angulaire
n	[tr/s]	fréquence de rotation

Puissance développée par un couple $F'F'$



$$P = 2 \cdot F' \cdot r \cdot \omega$$

$$P = F' \cdot d \cdot \omega$$

avec $\omega = 2\pi n$

P	[W]	puissance
F'	[N]	l'une des deux forces du couple
r	[m]	rayon du cercle
d	[m]	diamètre
ω	[rad/s]	vitesse angulaire
n	[tr/s]	fréquence de rotation

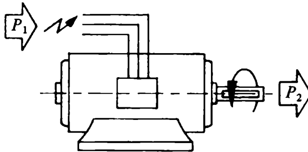
Formules pratiques : Puissance – Moment – Fréquence de rotation

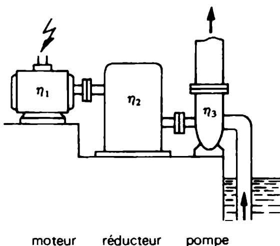
$$P = \frac{M \cdot n}{9550}$$

$$M = 9550 \, \frac{P}{n}$$

P	[kW]	puissance
M	[Nm]	moment
n	[tr/min]	fréquence de rotation

Rendement d'une machine





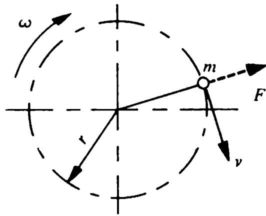
$$\eta = \frac{\text{Travail utile } W_2}{\text{Travail absorbée } W_1} = \frac{\text{Puissance utile } P_2}{\text{Puissance absorbée } P_1}$$

à régime constant et même durée Δt pour W_1 et W_2

Rendement global de plusieurs machines :

$$\eta_g = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \ldots\ldots\ldots$$

Effet centrifuge

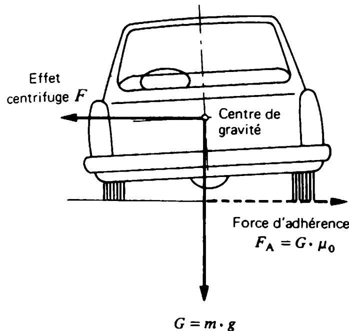


$$F = m \cdot r \cdot \omega^2 = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

avec $v = \omega \cdot r$

F	[N]	effet centrifuge
m	[kg]	masse en mouvement
r	[m]	rayon du cercle décrit
ω	[rad/s]	vitesse angulaire du corps en mouvement
v	[m/s]	vitesse circonférentielle du corps en mouvement

Exemple d'application de l'effet centrifuge sur une voiture automobile :



En virage, l'effet centrifuge F tend à chasser la voiture vers l'extérieur de la courbe.

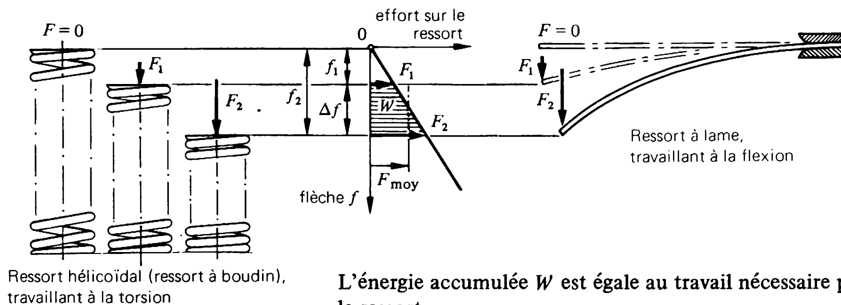
Sa force de pesanteur G crée une force d'adhérence $F_A = G \cdot \mu_0$ qui tend à maintenir le véhicule sur sa trajectoire. (L'adhérence représente la force qui serait nécessaire pour faire glisser le véhicule: voir coefficient d'adhérence μ_0 page 21).

Dès que l'adhérence diminue (route mouillée, gravillons, pneus usés, verglas, etc.), il faut diminuer la vitesse de la voiture afin de diminuer l'effet centrifuge F.

Si $F < F_A$ la voiture conserve sa trajectoire, mais s'incline vers l'extérieur du virage.

Si $F > F_A$ la voiture dérape.

Energie accumulée dans un ressort



Ressort hélicoïdal (ressort à boudin), travaillant à la torsion

Constante d'un ressort

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta f} = \frac{F_2 - F_1}{f_2 - f_1}$$

L'énergie accumulée W est égale au travail nécessaire pour comprimer le ressort:

$$W = F_{moy} \cdot \Delta f$$

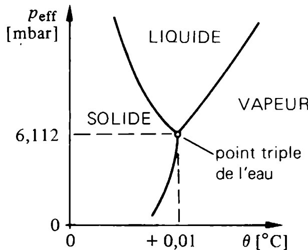
$$F_{moy} = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

W	[J]	énergie accumulée
$F_1 F_2 F_{moy}$	[N]	efforts sur le ressort
$f_1 f_2 \Delta f$	[m]	flèche
k	[N/m] [N/mm]	constante du ressort

Température

La température est une grandeur proportionnelle à l'énergie cinétique moyenne d'agitation des molécules contenues dans un corps; elle exprime le **niveau d'énergie contenu** dans le corps.
Dans le système SI, les températures peuvent être exprimées de deux manières:
– Sur l'échelle **thermodynamique**, le zéro absolu fournit un point fixe. On y lira une température absolue ou température thermodynamique T exprimée en kelvin, symbole [K].
– Sur l'échelle **Celsius**, le zéro est fourni par la température de fusion de la glace. On y lira une température Celsius θ exprimée en degré Celsius, symbole [°C]. C'est la température relative ou température usuelle.

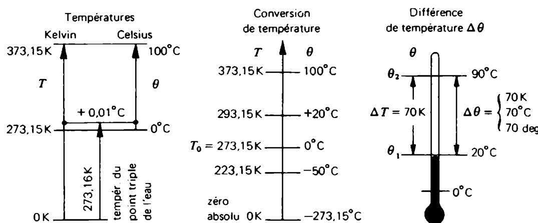
Un intervalle de température ΔT ou $\Delta\theta$ a la même valeur en kelvin ou en degré Celsius:



1 kelvin = 1 degré Celsius

Le zéro de l'échelle thermodynamique est situé 273,16 K au-dessous du point triple de l'eau (voir définition p. 17). C'est un point unique où les trois états solide, liquide et vapeur coexistent sans s'échanger de matière ni d'énergie. Il est situé 0,01 K = 0,01°C au-dessus du point de congélation de l'eau.

Changement d'échelle: Le point zéro de l'échelle thermodynamique est situé 273,15 K plus bas que le point zéro de l'échelle Celsius. Dans les cas simples, nous admettrons la valeur 273 K.



$$T_K = \theta_{°C} + 273$$

Conversion d'unité Fahrenheit [°F] en unité Celsius [°C]

$$\theta_{°C} = \frac{5}{9}(\theta_{°F} - 32°F)$$

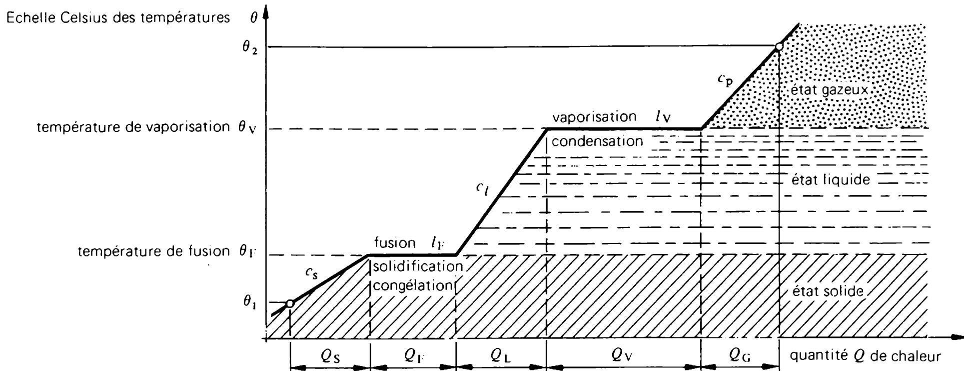
Changement d'état d'un corps: Chaque corps est caractérisé par
– sa masse m;
– sa chaleur massique c_s à l'état solide;
– sa chaleur massique c_l à l'état liquide;
– sa chaleur massique de fusion l_F;
– sa chaleur massique de vaporisation l_V

(voir table pages 18 et 19)

Suivant les conditions de température et de pression, le corps peut se trouver à l'état solide, liquide ou gazeux. Le passage d'un état à un autre nécessite une variation de l'énergie emmagasinée, c'est-à-dire une variation de la quantité de chaleur contenue dans le corps. La quantité de chaleur Q déplacée est proportionnelle à m, c, l et $\Delta\theta$.

Changement d'état d'un corps (suite)

La quantité de chaleur Q absorbée ou rejetée par un corps peut
a) modifier uniquement sa température – à l'état solide ⇒ utiliser c_s
– à l'état liquide ⇒ utiliser c_l
b) modifier uniquement son état, sans faire varier sa température
– fusion ou congélation ⇒ utiliser l_F
– vaporisation ou condensation ⇒ utiliser l_V
c) modifier sa température et son état ⇒ somme de a) et b).



A l'état solide	$Q_S = m \cdot c_s \cdot \Delta\theta$	$Q_S\ Q_F\ Q_L\ Q_V\ Q_G$ [J]	quantité de chaleur
fusion ou solidification	$Q_F = m \cdot l_F$	m [kg]	masse du corps
		$\Delta\theta$ [K]	intervalle de température
		c_s [J/(kg·K)]	chaleur massique solide
A l'état liquide	$Q_L = m \cdot c_l \cdot \Delta\theta$	c_l [J/(kg·K)]	chaleur massique liquide
vaporisation ou condensation	$Q_V = m \cdot l_V$	c_p [J/(kg·K)]	chaleur massique du gaz à pression constante
A l'état gazeux, à pression constante	$Q_G = m \cdot c_p \cdot \Delta\theta$	l_F [J/kg]	chaleur massique de fusion
		l_V [J/kg]	chaleur massique de vaporisation

voir Tables p. 18...19

Définitions: **Chaleur massique** c

C'est la quantité de chaleur absorbée ou rejetée par un corps de masse 1 kg, capable de faire varier sa température de 1 K.

Chaleur massique de fusion l_F ou chaleur latente de fusion.
Chaleur massique de vaporisation l_V ou chaleur latente de vaporisation.
C'est la quantité de chaleur absorbée ou rejetée par un corps de masse 1 kg, capable de modifier complètement son état à température constante.

Propagation de la chaleur à travers une paroi

La chaleur se propage ensuite d'une différence de température entre deux points, du point le plus chaud au point le plus froid. Cette propagation est caractérisée par le flux thermique Φ traversant la paroi, c'est à dire la quantité de chaleur Q par seconde à fournir pour maintenir constant l'intervalle de température Δ

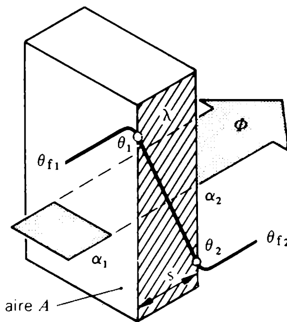
Définition du flux thermique: $\Phi = \frac{Q}{t}$

Quantité de chaleur traversant une paroi dans un temps t: $Q = \Phi \cdot t$

Φ	[W]	flux thermique
Q	[J]	quantité de chaleur
t	[s]	temps d'écoulement du flux

Définition: la **conductivité thermique** λ exprime le flux thermique en [W] qui s'écoule en régime permanent à travers une paroi faite d'un matériau homogène, mesurant 1 m² d'aire et 1 m d'épaisseur, lorsque la différence de température des deux faces mesure 1 K.

Flux thermique à travers une paroi plane



a) **de paroi à paroi**

$$\Phi = \frac{\lambda}{s} \cdot A \cdot (\theta_1 - \theta_2)$$

b) **de fluide à fluide**

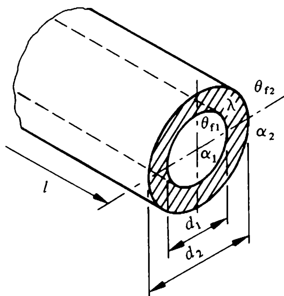
$$\Phi = k \cdot A \cdot (\theta_{f1} - \theta_{f2})$$

avec

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

Φ	[W]	flux thermique
λ	[W/(m · K)]	conductivité thermique (v. table p. 19)
A	[m²]	aire de la paroi
s	[m]	épaisseur de la paroi
θ_1, θ_2	[K]	température de la paroi chaude, de la froide
k	[W/(m² · K)]	coefficient de transmission calorifique totale de la paroi
α_1, α_2	[W/(m² · K)]	coefficient de transmission superficielle
θ_{f1}, θ_{f2}	[K]	température du fluide chaud, du fluide froid
d_1, d_2	[m]	diamètre intérieur et extérieur du tube

Flux thermique à travers un tube



a) **à paroi épaisse**

$$\Phi = k_t \cdot l \cdot (\theta_{f1} - \theta_{f2})$$

avec

$$k_t = \frac{\pi}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1{,}15}{\lambda} \cdot \log \frac{d_1}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}$$

b) **à paroi mince**, d'épaisseur s

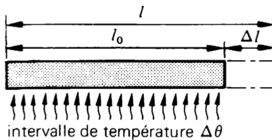
Φ se calcule comme s'il s'agissait d'une paroi plane ci-dessus, avec $A = 2\pi d l$.

Remarques: α_1 et α_2 peuvent varier entre 6 W/(m² · K) pour de l'air immobile et 60 000 W/(m² · K) pour de la vapeur en mouvement.

Ancienne unité de λ: $1 \frac{\text{kcal}}{\text{h} \cdot \text{m} \cdot {}^\circ\text{C}} = 1{,}163 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$.

Dilatation des corps solides

a) **dilatation linéaire**



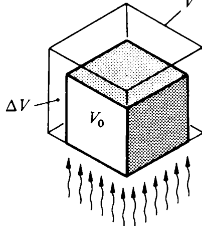
allongement

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

longueur globale

$$l = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

b) **dilatation volumique**



intervalle de température $\Delta\theta$

augmentation de volume

$$\Delta V = V_0 \cdot 3\alpha \cdot \Delta\theta$$

volume global

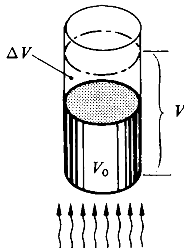
$$V = V_0 (1 + 3\alpha \cdot \Delta\theta)$$

variation de ϱ

$$\varrho = \frac{\varrho_0}{1 + 3\alpha \cdot \Delta\theta}$$

Δl	[mm]		allongement
l_0	[mm]		longueur initiale
l	[mm]		longueur globale après dilatation
α	[1/K]		coefficient de dilatation linéaire d'un solide (voir table page 19)
γ	[1/K]		coefficient de dilatation volumique d'un liquide
$\Delta\theta$	[K]		intervalle de température
ΔV	[m³]	[mm³]	augmentation de volume
V_0	[m³]	[mm³]	volume initial
V	[m³]	[mm³]	volume global après dilatation
ϱ_0	[kg/dm³]		masse volumique initiale
ϱ	[kg/dm³]		masse volumique après dilatation
$\Delta\theta$	[K]		intervalle de température

Dilatation des corps liquides



intervalle de température $\Delta\theta$

augmentation de volume

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta\theta$$

volume global

$$V = V_0 (1 + \gamma \cdot \Delta\theta)$$

Variation de ϱ

$$\varrho = \frac{\varrho_0}{1 + \gamma \cdot \Delta\theta}$$

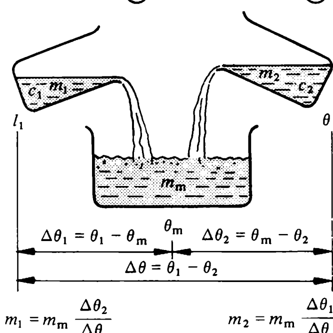
Remarque 1 : Les variations de volume de l'eau présentent des anomalies qui obligent à consulter un graphique ou une table.

Remarque 2: Lors de la dilatation d'un liquide dans un récipient, utiliser le coefficient apparent de dilatation γ_{app} qui s'obtient en soustrayant au coefficient de dilatation du liquide γ le coefficient de dilatation cubique du récipient 3α.

$$\gamma_{app} = \gamma - 3\alpha$$

α, γ } voir table p. 19

Mélange de deux liquides, sans changement d'état



Température θ_m du liquide mélangé

a) les liquides sont différents: $c_1 \neq c_2$

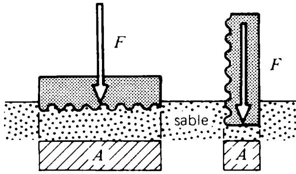
$$\theta_m = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta\theta_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta\theta_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$$

b) les liquides sont les mêmes: $c_1 = c_2$

$$\theta_m = \frac{m_1 \cdot \theta_1 + m_2 \cdot \theta_2}{m_1 + m_2}$$

		masse chaude	masse froide	mélange
masse	[kg]	m_1	m_2	m_m
température	[K] ou [°C]	θ_1	θ_2	θ_m
chaleur massique	[J/(kg·K)]	c_1	c_2	

Pression entre corps solides



$$\text{pression} = \frac{\text{force pressante}}{\text{aire projetée}}$$

$$\boxed{p = \frac{F}{A}}$$

	SI	ou	
p	[Pa]	[N/mm²]	pression
F	[N]	[N]	force pressante
A	[m²]	[mm²]	aire projetée dan la direction de F

1 Pa = 1 N/m²
1 N/mm² = 1 MPa

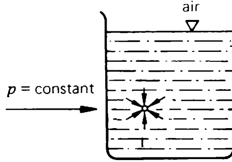
Pressions dans les liquides

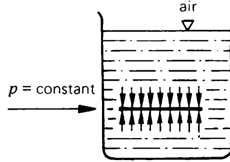
Echelle des pressions : voir p. 67

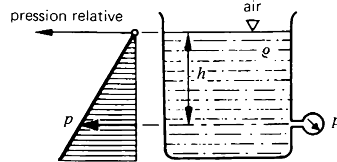
1er principe : La pression exercée en un point d'un liquide en équilibre est indépendant de la direction.

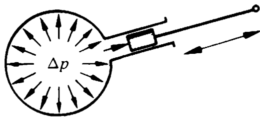
2e principe : Les surfaces horizontales d'un liquide en équilibre sont des surfaces d'égale pression.

3e principe : La variation de pression est proportionnelle à la profondeur h atteinte et à la masse volumique ϱ
– si h augmente ⇒ p augmente
– si ϱ diminue ⇒ p diminue.



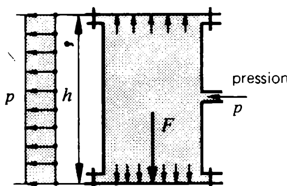






Principe de Pascal

Toute variation de pression Δp exercée en un point d'un liquide en équilibre se transmet intégralement dans toutes les directions.



Application à un récipient fermé

Lorsque h n'est pas très important on néglige la masse du liquide, et on admet :

$$\boxed{F = p \cdot A} \qquad p = \frac{F}{A}$$

	SI	ou	
F	[N]	[daN]	effort sur les couvercles du récipent
p	[Pa]	[bar]	pression relative à l'intérieur
A	[m²]	[cm²]	aire des couvercles

Application aux mécanismes hydrauliques

Transmission de la pression

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\boxed{F_1 \cdot A_2 = F_2 \cdot A_1}$$

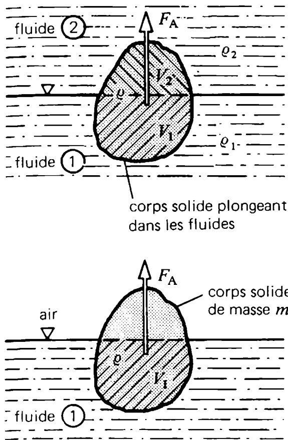
$$\boxed{s_1 \cdot A_1 = s_2 \cdot A_2}$$

	SI	ou	
F_1, F_2	[N]	[daN]	effort sur les pistons
A_1, A_2	[m²]	[cm²]	aire des pistons
p	[Pa]	[bar]	pression relative du liquide
s_1, s_2	[m]	[cm]	course des pistons

Unités de pression (voir également p. 14 et p. 67)

Unité SI, valable pour tous les corps	le pascal	[Pa]	1 Pa = 1 N/m²
Unité pratique, valable uniquement pour mesurer des fluides	le bar	[bar]	1 bar = 10^5 Pa
Unité pratique, valable uniquement pour mesurer la pression atmosphérique	le millibar	[mbar]	1 mbar = 10^2 Pa

Principe d'Archimède



Tout corps plongé dans des fluides subit une poussée verticale F_A égale à la force de pesanteur des fluides déplacés ① et ②.

$$F_A = V_1 \cdot \varrho_1 \cdot g + V_2 \cdot \varrho_2 \cdot g$$

Volume du corps solide $V = V_1 + V_2$

Si le fluide ② est un gaz, la poussée F_A devient:

$$F_A = V_1 \cdot \varrho_1 \cdot g$$

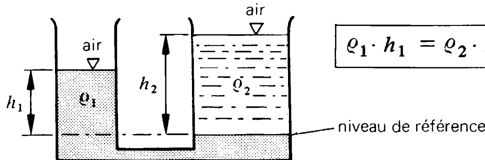
	SI	ou	
F_A	[N]	[N]	poussée d'Archimède
V_1, V_2	[m³]	[dm³]	volumes partiels déplacés
V	[m³]	[dm³]	volume du corps solide
ϱ_1, ϱ_2	[kg/m³]	[kg/dm³]	masse volumique des fluides en contact (voir page 18)
ϱ	[kg/m³]	[kg/dm³]	masse volumique du corps solide plein
g	[m/s²]	[m/s²]	accélération de la pesanteur
m	[kg]	[kg]	masse du corps solide

Dans ce cas, la masse m du corps flottant est égale à la masse du liquide déplacé

$$m = V \cdot \varrho = V_1 \cdot \varrho_1$$

Cas 1. Si $\varrho < \varrho_1$ le corps solide flotte.
Cas 2. Si $\varrho = \varrho_1$ le corps est en suspension dans le liquide.
Cas 3. Si $\varrho > \varrho_1$ le corps coule, il sombre.

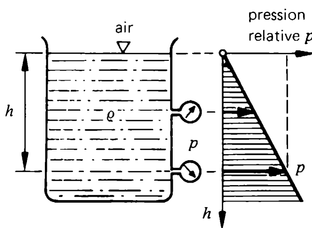
Equilibre de deux liquides non miscibles



$$\varrho_1 \cdot h_1 = \varrho_2 \cdot h_2$$

ϱ_1, ϱ_2	masse volumique des liquides
h_1, h_2	hauteur au-dessus du niveau de référence

Variation de la pression dans un fluide (application du 3e principe)



$$p = \varrho \cdot g \cdot h$$

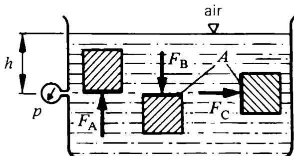
p	[Pa]	pression relative du fluide règnant à la profondeur h
ϱ	[kg/m³]	masse volumique (voir p. 18)
g	[m/s²]	accélération de la presanteur
h	[m]	profondeur

ou bien

$$p = \frac{\varrho \cdot g \cdot h}{100}$$

p	[bar]	pression relative du fluide
ϱ	[kg/dm³]	masse volumique (voir p. 18)
g	[m/s²]	accélération de la pesanteur
h	[m]	profondeur

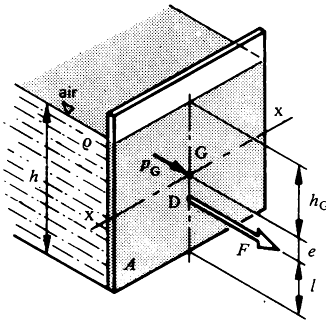
Force pressante sur une surface plane immergée



$$F_A = F_B = F_C = p \cdot A$$

F_A, F_B, F_C	[N]	force pressante agissant au centre de gravité de A
p	[Pa]	pression relative régnant à la profondeur h
A	[m²]	aire de la paroi

Force pressante F sur la paroi verticale d'un récipient



$$\boxed{F = p_G \cdot A = h_G \cdot \varrho \cdot g \cdot A}$$

Moment M de renversement de la paroi

$$\boxed{M = F \cdot l}$$

a) paroi de forme rectangulaire

$$l = \frac{h}{3}$$

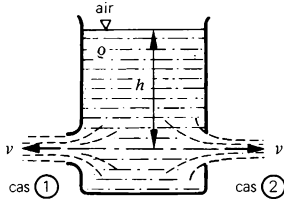
b) paroi de forme quelconque

$$l = h - h_G - e$$

$$e = \frac{I_x}{A \cdot h_G}$$

F	[N]	force pressante
p_G	[Pa]	pression relative au niveau du centre de gravité G de l'aire de contact
A	[m²]	aire de contact eau-paroi
h_G	[m]	distance du centre de gravité
ϱ	[kg/m³]	masse volumique du liquide (v. tables p. 18)
g	[m/s²]	accélération de la pesanteur
M	[Nm]	moment de renversement
h, e, l	[m]	distances diverses
I_x	[m⁴]	moment d'inertie de l'aire de contact A (v. page 119)

Vitesse d'écoulement à travers un orifice



$$\boxed{v = \sqrt{2gh}} = \boxed{\sqrt{\frac{2p}{\varrho}}}$$

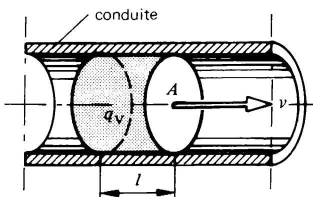
Débit-volume

$$\boxed{q_V = \varphi \cdot A \cdot v}$$

Cas 1 : bord fortement arrondi
$\varphi = 0,97$
bord légèrement arrondi
$\varphi = 0,90$
Cas 2 : bord aigu
$\varphi = 0,61$

v	[m/s]	vitesse de sortie
h	[m]	hauteur de liquide
p	[Pa]	pression du liquide agissant sur le centre de l'orifice
$g = 9,81$ m/s²		
ϱ	[kg/m³]	masse volumique du liquide
q_V	[m³/s]	débit-volume
A	[m²]	aire de l'orifice d'écoulement
φ		coefficient d'écoulement

Débit théorique d'écoulement dans une conduite horizontale (voir également p. 70)



Débit = aire × vitesse

$$\boxed{q_V = A \cdot v}$$

Vitesse d'écoulement

$$\boxed{v = \frac{q_V}{A} = \frac{\text{débit-volume}}{\text{aire}}}$$

Les pertes de charge dans la conduite sont négligées.

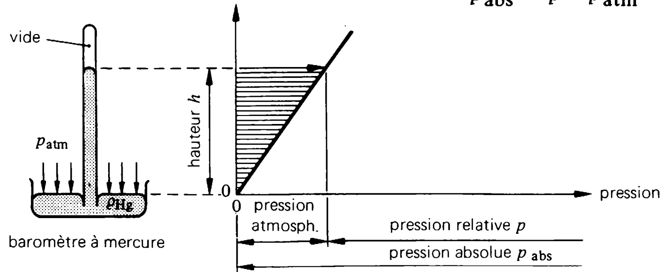
q_V	[m³/s]	débit-volume
A	[m²]	aire de la section utile
v	[m/s]	vitesse d'écoulement dans la conduite

Echelles de pression Les pressions des fluides et des gaz en particulier peuvent être exprimées dans l'une ou l'autre des échelles suivantes:

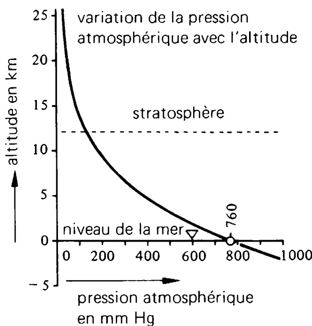
Echelle des **pressions relatives** p, ayant pour zéro la pression du milieu ambiant, c'est à dire la pression atmosphérique règnant au moment de la mesure. Les pressions relatives se mesurent avec des **manomètres.**

Echelle des **pressions absolues** p_{abs}, ayant pour zéro la pression du vide.
Pression absolue = pression relative + pression atmosphérique

$$p_{abs} = p + p_{atm}$$



Pression atmosphérique p_{atm} : son unité peut être exprimée en pascal [Pa], en millibar [mbar], en millimètre de mercure [mmHg].



Mesure au baromètre à mercure

$$\boxed{p_{atm} = \varrho_{Hg} \cdot g \cdot h}$$

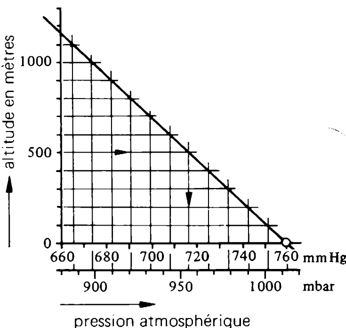
p_{atm} [Pa] pression atmosphérique
$\varrho_{Hg} = 13\,590\ \mathrm{kg/m^3}$ masse volumique du mercure
$g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$
h [m] hauteur de la colonne de mercure

Conversion des unités : $1\ \mathrm{Pa} = \frac{1}{100}\ \mathrm{mbar}$

$1\ \mathrm{mbar} = 100\ \mathrm{Pa}$

La pression atmosphérique varie

a) avec l'altitude (3ème principe): à basse altitude, on a approximativement une diminution de 1 mmHg pour une élévation dans l'air de 10,5 m.
b) avec le temps: à l'altitude zéro (bord de mer), on a par temps normal $h = 760$ mmHg.



Etat normal d'un gaz

Un mètre cube de gaz à l'état normal $[1\ \mathrm{m_n^3}]$ est caractérisé par:

- une température normale $T_n = 273$ K ou 0 °C
- une pression normale $p_n = 101\,325$ Pa = 1013,25 mbar ou 760 mmHg

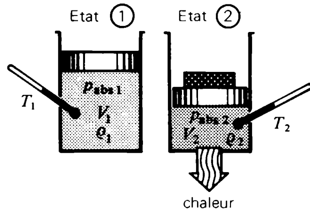
Masse volumique de quelques gaz à l'état normal (voir Table p.18)
Variation de la masse volumique de l'air sec (voir Table p. 22).

	c_p $\mathrm{J/(m_n^3 \cdot K)}$	$\mathrm{J/(kg \cdot K)}$
Chaleur massique de l'air, à pression constante	1293	1000
Chaleur massique de la vapeur d'eau à 100°C	1565	1930

Lois des gaz parfaits

Les lois physiques qui régissent les gaz utilisent
– l'échelle thermodynamique des températures T (voir p. 60)
– l'échelle des pressions absolues p_{abs} (voir p. 67)

Loi de Boyle-Mariotte



A température constante $T_1 = T_2$

a) **A température constante** ($T_1 = T_2$) le volume occupé par une même masse de gaz varie en raison inverse de la pression qu'elle supporte.

$$\frac{p_{abs\,1}}{p_{abs\,2}} = \frac{V_2}{V_1} \quad \text{ou} \quad p_{abs\,1} \cdot V_1 = p_{abs\,2} \cdot V_2 = \text{Cte}$$

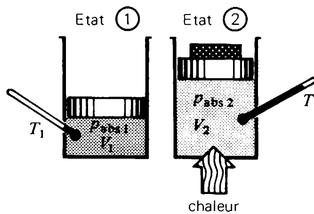
$p_{abs\,1}, p_{abs\,2}$ pressions absolues du gaz
V_1, V_2 volumes occupés par le gaz

b) **A température constante,** la masse volumique d'un gaz est directeme proportionnelle à la pression que ce gaz supporte.

$$\frac{p_{abs\,1}}{p_{abs\,2}} = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}$$

ϱ_1, ϱ_2 masse volumiques du gaz

Loi de Gay-Lussac



A pression constante $p_{abs\,1} = p_{abs\,2}$

A pression constante ($p_1 = p_2$), le volume occupé par une même masse de gaz est directement proportionnel à la température absolue du gaz.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{ou} \quad V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1$$

V_1, V_2 volumes occupés par le gaz
T_1, T_2 [K] temp. absolue du gaz

Loi générale des gaz parfaits (Boyle-Mariotte + Gay-Lussac)

Une masse de gaz parfait, passant d'un état initial ① donné par $p_{abs\,1}$, V_1 et T_1 à un état final ② donné par $p_{abs\,2}$, V_2 et T_2, est soumise à la loi générale suivante:

$$\frac{p_{abs\,1} \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_{abs\,2} \cdot V_2}{T_2} = \text{Cte}$$

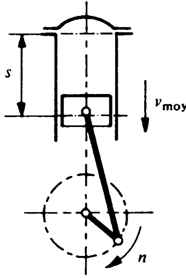
$p_{abs\,1}, p_{abs\,2}$ pression absolue du gaz
V_1, V_2 volume occupé par le gaz
T_1, T_2 [K] temp. absolue du

Variation de la masse volumique d'un gaz parfait passant d'un état initial ① à un état final ② :

$$\varrho_2 = \varrho_1 \frac{p_{abs\,2} \cdot T_1}{p_{abs\,1} \cdot T_2}$$

Remarques:
a) Un gaz parfait obéit rigoureusement aux lois des gaz en toutes conditions de pression et de température; il n'existe pas.
b) Les gaz réels suivent les lois des gaz d'autant mieux qu'ils sont plus éloignés de leurs conditions de liquéfaction et que la variation de la pression est plus faible.
c) Dans les conditions ordinaires, les gaz rares ainsi que l'hydrogène, l'oxygène, l'azote, l'air, le monoxyde de carbone obéissent suffisamment à ces lois; par contre, le chlore, l'ammoniac, le dioxyde de carbone, le dioxyde de soufre, le méthane, le butane ... présentent des écarts qui sont cependant faibles (< 2,5%).

Vitesse moyenne d'un piston



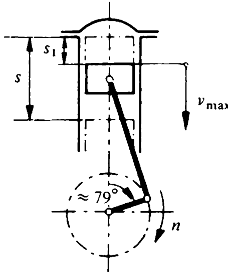
$$v_{moy} = 2 \cdot s \cdot n$$

$$\Rightarrow n = \frac{v_{moy}}{2s}$$

$$\Rightarrow s = \frac{v_{moy}}{2n}$$

v_{moy}	[m/s]	vitesse moyenne
s	[m]	course du piston
n	[tr/s]	fréquence de rotation du vilebrequin

Vitesse maximale instantanée d'un piston



v_{max} est obtenu lorsque la bielle est en position tangente

$$v_{max} \approx \pi \cdot s \cdot n$$

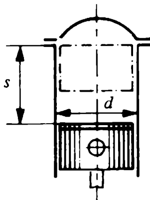
Accélération maximale du piston

$$a \approx \frac{v_{max}^2}{2s_1}$$

$s_1 \approx 0{,}453\,s$

v_{max}	[m/s]	vitesse maximale du piston
n	[tr/s]	fréquence de rotation
s	[m]	course totale
s_1	[m]	position du piston pour v_{max}
a	[m/s²]	accélération ou décélération du piston

Alésage-course



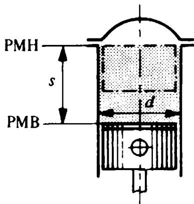
Rapport $\frac{\text{course}}{\text{alésage}} = \frac{s}{d}$ s et d [mm]

Suivant le résultat du rapport, les moteurs sont classés en 3 catégories:

lorsque $s > d$, le moteur est *à course longue*;
lorsque $s = d$, le moteur est *carré*;
lorsque $s < d$, le moteur est *super-carré*;

le régime du moteur est inversément proportionnel à la grandeur de la course.

Cylindrée d'un moteur

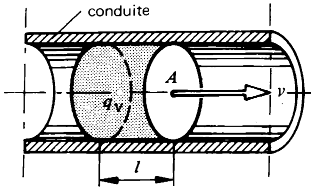


$$V_{cyl} = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot s \cdot i}{4}$$

V_{cyl}	[cm³]	cylindrée totale
d	[cm]	diamètre des cylindres
s	[cm]	course des pistons
i		nombre de cylindres
PMH		point mort haut
PMB		point mort bas

Equivalence: 1 pouce³ = 16,39 cm³

Débit théorique dans une conduite (valable pour les liquides et les gaz)



$$\frac{V}{t} = A \cdot \frac{l}{t}$$

$$q_V = A \cdot v$$

Débit-volume = aire × vitesse

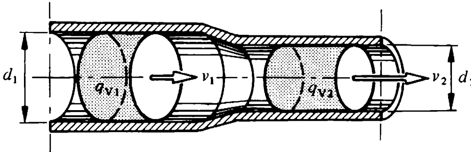
q_V	[m³/s]	débit-volume
A	[m²]	aire de la section utile
v	[m/s]	vitesse du fluide dans la conduite

Les pertes de charge dans la conduite sont négligées

Vitesse théorique d'écoulement

$$v = \frac{q_V}{A} = \frac{\text{débit-volume}}{\text{aire}}$$

Influence de la section des conduites sur la vitesse d'écoulement des fluides incompressibles



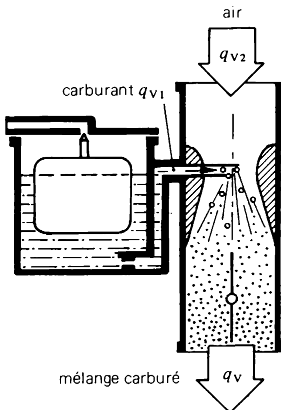
$$q_{V1} = q_{V2}$$

$$d_1^2 \cdot v_1 = d_2^2 \cdot v_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

v_1, v_2 [m/s]
d_1, d_2 [mm] ou [cm] ou [m]

Mélange carburé



$$\text{Mélange carburé} = \frac{\text{masse d'air [kg]}}{\text{masse de carburant [kg]}}$$

Cette valeur varie avec le type de carburant utilisé (voir tables p. 22).

Débit-volume q_V du mélange carburé

$$q_V = q_{V1} + q_{V2}$$

avec:

débit-volume de carburant

$$q_{V1} = \frac{q_{m1}}{\varrho_1}$$

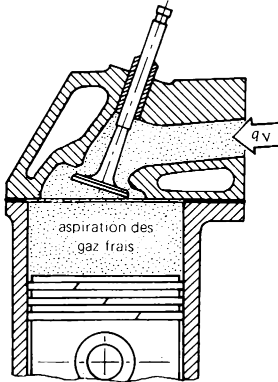
débit-volume d'air

$$q_{V2} = \text{mélange} \times q_{V1} \frac{\varrho_1}{\varrho_2}$$

q_V	[m³/h]	débit-volume de mélange carburé
q_{V1}	[m³/h]	débit-volume de carburant
q_{V2}	[m³/h]	débit-volume d'air
q_{m1}	[kg/h]	débit-masse de carburant
ϱ_1	[kg/m³]	masse vol. du carburant
ϱ_2	[kg/m³]	masse vol. de l'air

Equivalence:
$1\ \text{m}^3/\text{h} = \frac{1}{3{,}6}\ \text{dm}^3/\text{s} = 0{,}277\ \text{dm}^3/\text{s}$

Débit théorique du mélange carburé aspiré



a) par un moteur à 4 temps

$$q_V = \frac{V_{cyl} \cdot n \cdot k}{2}$$

b) par un moteur à 2 temps

$$q_V = V_{cyl} \cdot n \cdot k$$

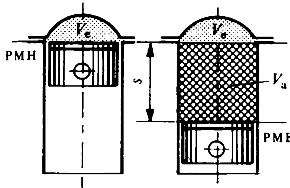
	(SI)	ou	
q_V	$[m^3/s]$	$[dm^3/s]$	débit-volume
V_{cyl}	$[m^3]$	$[dm^3]$	cylindrée (voir page 69)
n	[tr/s]	[tr/s]	fréquence de rotation du vilebrequin

Le taux de remplissage des cylindres est caractérisé par le coefficient k

$$k = \frac{\text{volume réel des gaz frais aspirés}}{\text{cylindrée du moteur}}$$

pour les moteurs "aspirés" $0{,}6 < k < 0{,}9$
pour les moteurs "turbocompressés" $0{,}9 < k < 3$

Rapport volumétrique R_V



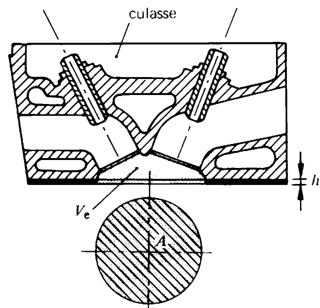
$$R_V = \frac{V_a + V_e}{V_e} = \frac{V_a}{V_e} + 1$$

$$V_e = \frac{V_a}{R_V - 1}$$

$$V_a = V_e (R_V - 1)$$

R_V		rapport volumétrique
V_a	$[cm^3]$	volume engendré par le déplacement du cylindre
V_e	$[cm^3]$	volume de la chambre d'explosion
PMH		point mort haut
PMB		point mort bas

Modification du rapport volumétrique R_V



Le volume V_e de la chambre d'explosion est diminué après chaque planage de la culasse

– Avant planage $V_{e1} = \dfrac{V_a}{R_{V1} - 1}$

– Après planage $V_{e2} = \dfrac{V_a}{R_{V2} - 1}$

Profondeur h du planage

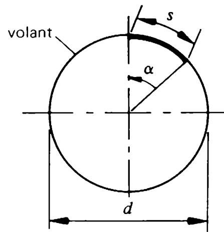
indice 1		état avant le planage
indice 2		état après le planage
V_{e1}, V_{e2}, V_a	$[cm^3]$	
A	$[cm^2]$	aire d'ouverture de la chambre d'explosion
h	[cm]	profondeur du planage

$$h = \frac{V_{e1} - V_{e2}}{A}$$

Variation ΔR_V du rapport volumétrique

$$\Delta R_V = R_{V2} - R_{V1} = \frac{V_a}{V_{e2}} - \frac{V_a}{V_{e1}}$$

Volant moteur: longueur d'arc et déplacement angulaire

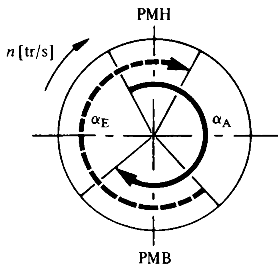


$$s = \frac{\pi \cdot d \cdot \alpha}{360°}$$

$$\alpha = \frac{s \cdot 360°}{\pi \cdot d}$$

s	[mm]	longueur de l'arc, mesurée sur le volant
d	[mm]	diamètre du volant
α	[°]	déplacement angulaire du vilebrequin, mesuré sur le volant

Durée d'ouverture des soupapes, calculée en fonction du déplacement angulaire α du vilbrequin mesuré sur le volant

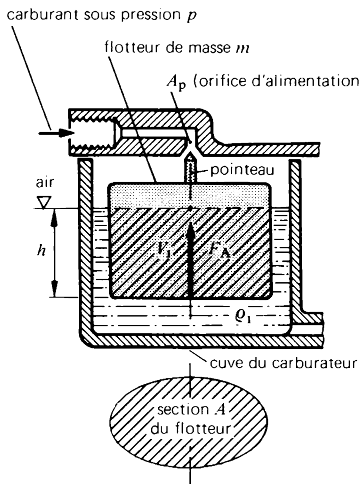


$$t = \frac{\alpha}{n \cdot 360°}$$

$\alpha_A \Rightarrow$ soupape d'admission
$\alpha_E \Rightarrow$ soupape d'échappement

t	[s]	durée d'ouverture des soupapes
n	[tr/s]	fréquence de rotation du vilebrequin
α_A, α_E	[°]	déplacement angulaire du volant, du début de l'ouverture à la fin de la fermeture des soupapes

Position de fermeture du pointeau par le flotteur dans la cuve du carburateur



Poussée d'Archimède F_A

$$F_A = V_1 \cdot \varrho_1 \cdot g \cdot 1000$$

Le pointeau ferme l'arrivée du carburant lorsque

$$F_A \geqslant p \cdot A_p$$

F_A	[N]	poussée du flotteur sur le pointeau
A_p	[cm²]	aire de l'orifice d'alimentation
p	[N/cm²]	pression d'alimentatio

Masse du flotteur = masse de liquide déplacé

$$m = V_1 \cdot \varrho_1$$

Volume V_1 immergé

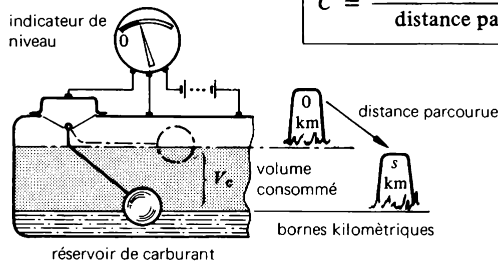
$$V_1 = \frac{m}{\varrho_1}$$

Hauteur immergée du flotteur

$$h = \frac{V_1}{A} = \frac{m}{A \cdot \varrho_1}$$

V_1	[cm³]	volume immergé du flotteur
m	[g]	masse du flotteur
ϱ_1	[g/cm³]	masse volumique du carburant (page 22)
A	[cm²]	aire de la section du flotteur
h	[cm]	hauteur immergée

Consommation C de carburant par 100 km

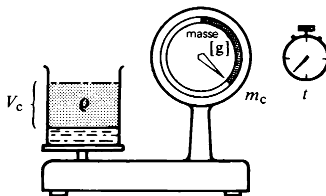


La mesure peut se faire sur la route ou sur un banc d'essai

$$C = \frac{\text{volume consommé } V_c \text{ en litres}}{\text{distance parcourue } s \text{ en km}} \times 100$$

C	[l/100 km]	consommation

Consommation spécifique C_{sp}



La mesure s'effectue au banc d'essai

$$C_{sp} = \frac{V_c \cdot \varrho}{t \cdot P_2}$$

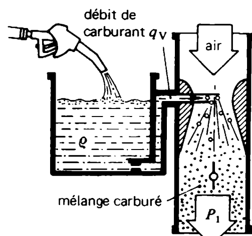
ou bien

$$C_{sp} = \frac{m_c}{t \cdot P_2}$$

avec $m_c = V_c \cdot \varrho$

C_{sp}	[g/kWh]	[g/(s·kW)]	consommation spécifique
V_c	[cm³]	[cm³]	volume de carburant consommé dans le temps t
m_c	[g]	[g]	masse de carburant consommé
ϱ	[g/cm³]	[g/cm³]	masse volumique du carburant (table p. 22) 1 kg/dm³ = 1 g/cm³
t	[h]	[s]	durée de la mesure
P_2	[kW]	[kW]	puissance utile du moteur (voir p. 74)

Notes

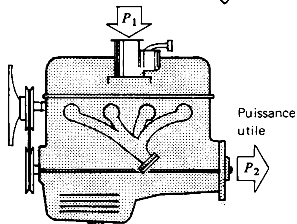


Puissance absorbée P_1 sous forme de carburant

$$P_1 = q_m \cdot H_i$$

$$q_m = q_V \cdot \varrho$$

P_1	[kW]	puissance absorbée sous forme de carburant
H_i	[kJ/kg]	pouvoir calorifique du carburant (table p. 22)
q_m	[kg/s]	débit-masse, 1 g/s = 10^{-3} kg/s
q_V	[dm³/s]	débit-volume
ϱ	[kg/dm³]	masse volumique du carburant (table p. 22)



Puissance utile P_2

ou puissance réelle disponible à l'arbre du moteur.

Sa grandeur exacte se détermine au moyen d'un frein (puissance au frein) entraîné par le moteur. On procède à deux mesures:

– mesure du moment $M = G \cdot l$
– mesure de la vitesse angulaire $\omega = 2\pi n$

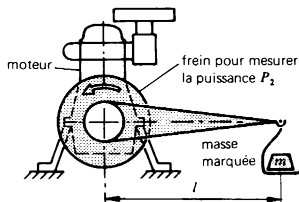
$$P_2 = M \cdot \omega \;*$$

Moment du couple-moteur

$$M = \frac{P_2}{\omega} = G \cdot l = m \cdot g \cdot l$$

P_2	[W]	puissance utile
M	[Nm]	moment du couple-moteu
G	[N]	force de pesanteur des masses marquées
l	[m]	longueur du bras de levier
ω	[rad/s]	vitesse angulaire de l'arbre du moteur
n	[tr/s]	fréquence de rotation de l'arbre du moteur
m	[kg]	masses marquées

$g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$



Puissance indiquée P_i calculée à partir de la pression moyenne p_m des gaz régnant sur le piston pendant le cycle

Moteur à 4 temps

$$P_i = \frac{\pi d^2 \cdot p_m \cdot s \cdot n \cdot i}{4 \cdot 2 \cdot 100} \quad \text{ou bien}$$

$$P_i = \frac{V_{cyl} \cdot p_m \cdot n}{2 \cdot 100} \quad \text{ou bien}$$

$$P_i = \frac{F \cdot v_{moy} \cdot i}{4}$$

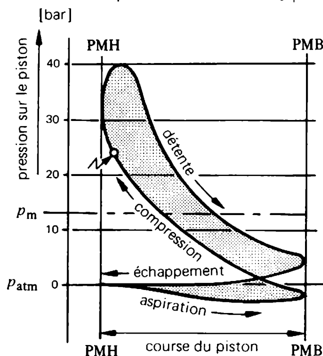
avec $F = \dfrac{\pi d^2 \cdot p_m}{4}$

Moteur à 2 temps

$$P_i = \frac{V_{cyl} \cdot p_m \cdot n}{100} = \frac{F \cdot v_{moy} \cdot i}{2}$$

P_i	[W]	puissance indiquée
p_m	[N/cm²]	pression moyenne des gaz d'explosion, 1 bar = 10 N/cm²
d	[cm]	diamètre des cylindres
s	[cm]	course du piston
n	[tr/s]	fréquence de rotation de l'arbre-moteur
i		nombre de cylindres
V_{cyl}	[cm³]	cylindrée totale (voir p. 69)
F	[N]	force moyenne agissant sur le piston
v_{moy}	[m/s]	vitesse moyenne du piston (voir p. 69)

La pression moyenne p_m se situe en général entre 6 ... 15 bar.



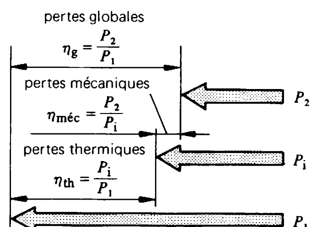
Rendement global η_g du moteur

$$\eta_g = \frac{\text{Puissance utile } P_2}{\text{Puissance absorbée } P_1}$$

$$\eta_g = \eta_{th} \cdot \eta_{méc}$$

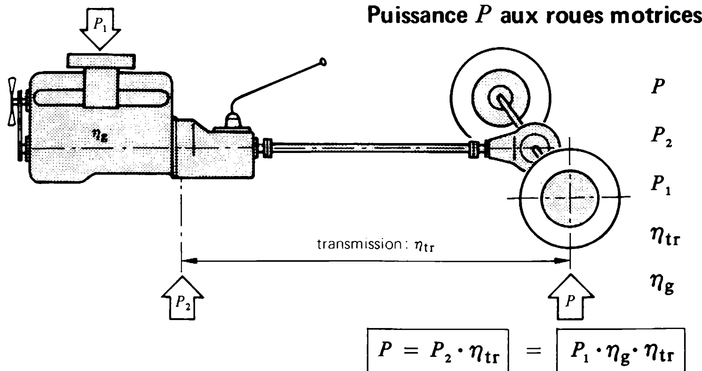
η_g	rendement global du moteur
η_{th}	rendement thermique du moteur
$\eta_{méc}$	rendement mécanique du moteur

P_1, P_2 [W] ou [kW]



*On peut aussi utiliser les formules pratiques de la page 58, mais attention aux unités!

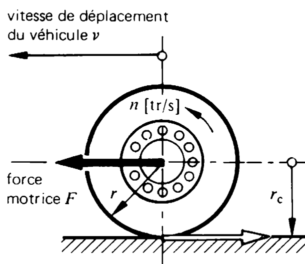
Puissance P aux roues motrices



	SI	ou	
P	[W]	[kW]	Puissance disponible aux roues
P_2	[W]	[kW]	Puissance disponible à l'arbre-moteur
P_1	[W]	[kW]	Puissance absorbée sous forme de carburant
η_{tr}			rendement de la transmission
η_g			rendement global du moteur

$$P = P_2 \cdot \eta_{tr} = P_1 \cdot \eta_g \cdot \eta_{tr}$$

Force motrice F



La grandeur de r_c dépend des caractéristiques des pneus, de la pression de gonflage et de la charge

$r_c \approx 0,92 \ldots 0,98\, r$

Deux voies permettent de calculer la grandeur de F

1° $P = F \cdot v$

$$F = \frac{P}{v}$$

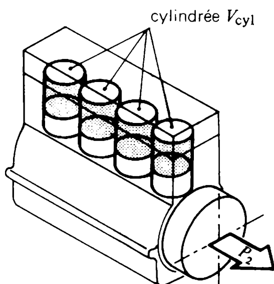
2° $P = M \cdot \omega = F \cdot r_c \cdot \omega$

$$F = \frac{P}{r_c \cdot \omega}$$

avec $\omega = 2\pi n$

F	[N]	force motrice du véhicule
P	[W]	puissance disponible aux roues
v	[m/s]	vitesse de déplacement du véhicule
r_c	[m]	rayon sous charge
r	[m]	rayon du pneumatique
ω	[rad/s]	vitesse angulaire de la roue
n	[tr/s]	fréquence de rotation de la roue
M	[Nm]	moment du couple-moteur mesuré à l'arbre de roue

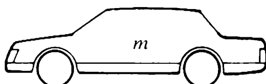
Puissance volumique P_V, ou puissance par litre de cylindrée



$$P_V = \frac{\text{puissance utile } P_2}{\text{cylindrée } V_{cyl}}$$

P_V [kW/dm³] ou [kW/l]
P_2 [kW]
V_{cyl} [dm³] voir page 69

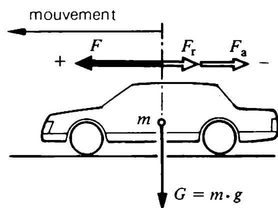
Rapport masse/puissance



$$\text{Rapport [kg/kW]} = \frac{\text{masse } m \text{ [kg] du véhicule}}{\text{puissance utile } P_2 \text{ [kW]}}$$

Ce rapport permet de comparer le pouvoir d'accélération des véhicules.

Résistances à l'avancement d'un véhicule roulant à vitesse constante: v = constante



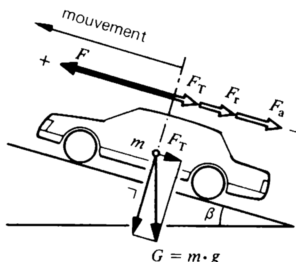
a) **Véhicule roulant sur un plan horizontal**
La force motrice F doit vaincre deux forces résistantes:
1° La résistance au roulement F_r
2° La résistance de l'air F_a

$$F = F_r + F_a$$

Vitesse maximale d'un véhicule

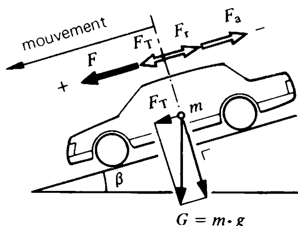
$$v_{max} = \frac{P_{max}}{F} = \frac{P_{max}}{F_r + F_a}$$

v_{max} [m/s] vitesse maximale
P_{max} [W] puissance maxim aux roues
$F\ F_r\ F_a\ F_T$ [N]



b) **Véhicule roulant à la montée**
La force motrice F doit vaincre trois forces résistantes:
1° La résistance au roulement F_r
2° La résistance de l'air F_a
3° La résistance de la pente F_T (composante tangentielle de G)

$$F = F_r + F_a + F_T$$

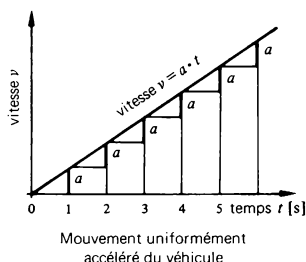


c) **Véhicule roulant à la descente**: la composante tangentielle F_T vient s'ajouter à la force motrice F pour vaincre
1° La résistance au roulement F_r
2° La résistance de l'air F_a

$$F + F_T = F_r + F_a$$

Remarque: Dans cette formule, F devient négatif $(-F)$ lorsque le véhicule se déplace au frein-moteur.

Véhicule soumis à une accélération



Mouvement uniformément accéléré du véhicule

Le véhicule subit une accélération lorsque la force motrice F est plus grande que la somme des forces de résistance.

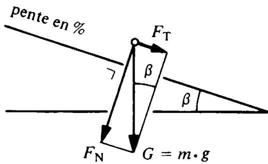
Force accélérante = force motrice – forces de résistance

$$F_1 = F - F_r - F_a - F_T$$

En première approximation, la vitesse du véhicule augmente régulièrement d'une quantité égale à l'accélération a (voir p. 53).

$$a = \frac{F_1}{m}$$

a [m/s²] accélération
m [kg] masse totale du véhicule
$F\ F_r\ F_a\ F_T$ [N]
F_1 [N] force accélérante



Résistance de la pente F_T

$$F_T = G \cdot \sin\beta = m \cdot g \cdot \sin\beta$$

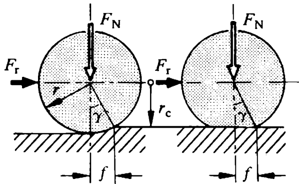
$$\tan\beta = \frac{\text{pente en \%}}{100} \Rightarrow \text{angle } \beta$$

Pour les faibles pentes:
$\sin\beta \approx \tan\beta$. Ainsi:

$$F_T \approx G \frac{\text{pente en \%}}{100} \approx m \cdot g \frac{\text{pente en \%}}{100}$$

F_T	[N]	résistance de la pente
G	[N]	force de pesanteur du véhicule
m	[kg]	masse du véhicule
g	[m/s^2]	accélération de la pesanteur
β	[°]	angle de la pente, du plan incliné

Résistance au roulement F_r des pneus



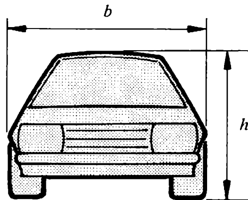
On a l'équilibre
$F_r \cdot r_c = F_N \cdot f$

$$F_r = F_N \frac{f}{r_c} = F_N \cdot \mu'$$

avec $\mu' = \tan\gamma = \frac{f}{r_c}$

F_r	[N]	résistance au roulement
F_N	[N]	charge, normale au plan
r_c	[mm]	rayon sous charge du pneu
f	[mm]	bras de levier de la résistance au roulement (voir tables p. 21)
μ'		coefficient de résistance au roulement (voir tables p. 21)

Résistance de l'air F_a



Aire A du maître-couple

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot \varrho \cdot A \cdot v^2$$

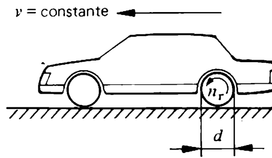
avec $A \approx 0{,}9 h \cdot b$

F_a	[N]	résistance de l'air
ϱ	[kg/m^3]	masse volumique de l'air $\varrho = 1{,}161\,kg/m^3$ à 15°C et 720 mmHg (voir d'autres valeurs p. 22)
A	[m^2]	aire de la section maximale du corps mobile, projection du corps sur un plan ⊥ aux filets d'air (maître-couple)
v	[m/s]	vitesse relative air-corps
C_x		coefficient de trainée (voir table p. 23)

Remarque 1 : F_a est négligeable en-dessous de 20 km/h.
Remarque 2 : ϱ air, varie avec la pression, la température et l'humidité.
Remarque 3 : C_x dépend de la forme et de la rugosité du corps mobile.

Notes

Vitesse de déplacement du véhicule (mouvement uniforme = vitesse constante)



Conversion des unités :

$$1 \text{ m/s} = \frac{3600}{1000} \text{ km/h} = 3{,}6 \text{ km/h}$$

$$1 \text{ km/h} = \frac{1000}{3600} \text{ m/s} = \frac{1}{3{,}6} \text{ m/s}$$

$$v = \pi \cdot d \cdot n_r$$

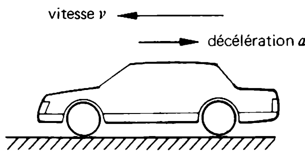
ou bien

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n_m}{i_1 \cdot i_2}$$

avec $n_r = \dfrac{n_m}{i_1 \cdot i_2}$

v	[m/s]	vitesse du véhicule
d	[m]	diamètre moyen des roues motrices
n_r	[tr/s]	fréquence de rotation des roues motrices
n_m	[tr/s]	fréquence de rotation du moteur
i_1		rapport de transmission de la vitesses engagée
i_2		rapport de transmission du pont arrière ou du couple réducteur (p. 109

Distance de freinage s



$$s = \frac{v^2}{2a}$$

s	[m]	distance de freinage
v	[m/s]	vitesse avant le freinage
a	[m/s²]	décélération du véhicule

voir également page 53

Valeurs pratiques de la décélération subie par un véhicule

– freinage modéré	$a = 1 \ldots 2$ m/s²
– freinage d'urgence	$a = 5 \ldots 6$ m/s²
– conditions exceptionnelles de freinage	$a = 8 \ldots 9$ m/s²

La loi sur la circulation routière prescrit les décélérations minimales suivantes :

– automobiles légères :	freins de service	$a = 5$ m/s²
	freins auxiliaires	$a = 2{,}5$ m/s²
– motos :	2 freins ensembles	$a = 4{,}5$ m/s²
– cycles, cyclomoteurs :	2 freins ensemble	$a = 3$ m/s²
	1 frein	$a = 2$ m/s²

Freinage à la limite de l'adhérence : les roues tournent ⇒ prendre μ_0 page 21

vitesse v — décélération a — $F_2 = G \cdot \mu_0$ — m — $G = m \cdot g$ — coefficient d'adhérence μ_0

On néglige la résistance de l'air et la résistance au roulement

Décélération maximale

$$a = \frac{F_2}{m} = g \cdot \mu_0$$

Distance minimale de freinage

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot \mu_0}$$

Temps minimal de freinage

$$t = \frac{v}{g \cdot \mu_0}$$

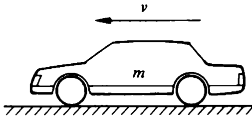
F_2	[N]	force de freinage maximale ou force décélérant
m	[kg]	masse du véhicule
g	[m/s²]	accélération de la pesanteur
sur Terre :		$g \approx 9{,}81$ m/s²
μ_0		coefficient d'adhérence
v	[m/s]	vitesse avant le freinage
t	[s]	temps ou durée du freina

Freinage avec les 4 roues bloquées : les pneus glissent sur la chaussée.

Dans ce cas, utiliser les trois équations ci-dessus en remplaçant le coefficient d'adhérence μ_0 par le coefficient de glissement μ (voir tables p. 21

Effet centrifuge agissant sur un véhicule décrivant une trajectoire circulaire (voir page 59).

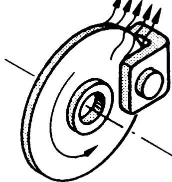
Energie cinétique W_c emmagasinée dans un véhicule lancé à la vitesse v



$$W_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

W_c	[J]	énergie cinétique
m	[kg]	masse du véhicule
v	[m/s]	vitesse initiale du véhicule

Force de freinage ou force décélérante F_2



Pour arrêter ou ralentir un véhicule, il faut absorber tout ou partie de son énergie cinétique W_c en la transformant en frottement, c'est-à-dire en chaleur dans les freins

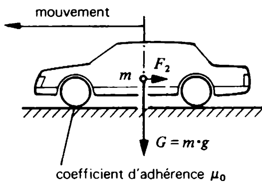
$$W_c = F_2 \cdot s$$

$$F_2 = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s}$$

(on néglige la résistance de l'air et la résistance de roulement)

F_2	[N]	force de freinage ou force décélérante
m	[kg]	masse du véhicule
v	[m/s]	vitesse avant le freinage
s	[m]	distance de freinage

Force de freinage maximale $F_{2\,max}$

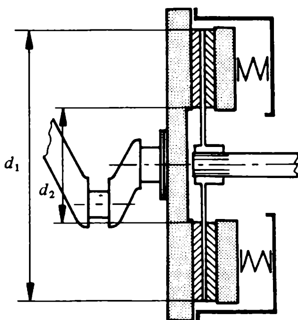


La force de freinage ne peut pas dépasser la force d'adhérence des roues. On a donc :

$$F_{2\,max} = m \cdot g \cdot \mu_0$$

$F_{2\,max}$	[N]	
m	[kg]	
$g = 9{,}81\ m/s^2$ sur Terre		
μ_0		coefficient d'adhérence (table p. 21)

Embrayage : Capacité de transmission



Moment M du couple transmis

$$M = \mu_0 \cdot F \cdot \frac{d_m}{2} \cdot z$$

avec $d_m = \dfrac{d_1 + d_2}{2}$

Effort de pression F sur le disque d'embrayage

$$F = \frac{2M}{\mu_0 \cdot d_m \cdot z}$$

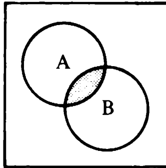
M	[Nm]	
F	[N]	
d_m	[m]	diamètre moyen des garnitures du disque d'embrayage
z		nombre de surfaces de friction : pour un disque unique $z = 2$
μ_0		coefficient d'adhérence
μ_0	$\approx 0{,}2...0{,}4$	pour embrayage monodisque sec,
μ_0	$\approx 0{,}1$	pour embrayage multidisques à bain d'huile

Notes

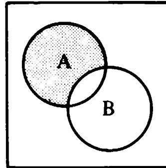
Algèbre de Boole

$\overline{0} = 1$	$A + 0 = A$	$A \cdot 0 = 0$
$\overline{1} = 0$	$A + 1 = 1$	$A \cdot 1 = A$
$\overline{\overline{A}} = A$	$A + A = A$	$A \cdot A = A$
	$A + \overline{A} = 1$	$A \cdot \overline{A} = 0$

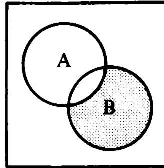
Intersection (fonction ET)



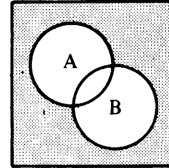
$A \cdot B$



$A \cdot \overline{B}$

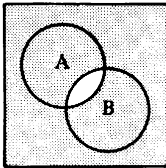


$\overline{A} \cdot B$

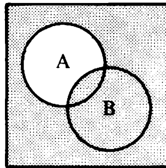


$\overline{A} \cdot \overline{B}$

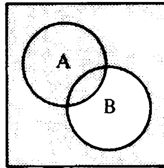
Union (fonction OU)



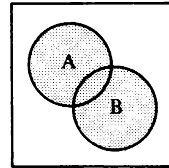
$\overline{A} + \overline{B}$



$\overline{A} + B$



$A + \overline{B}$



$A + B$

Théorème "de Morgan"

$$\overline{A + B + C + \ldots + N} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \ldots \cdot \overline{N}$$

$$\overline{A \cdot B \cdot C \cdot \ldots \cdot N} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \ldots + \overline{N}$$

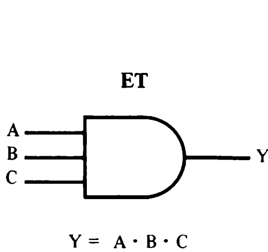
$A \cdot B = \overline{\overline{A} + \overline{B}}$ ou $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

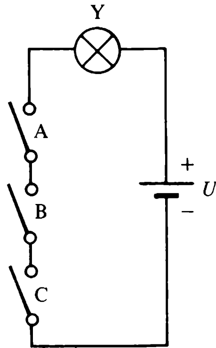
$A \cdot \overline{B} = \overline{\overline{A} + B}$ ou $\overline{A \cdot \overline{B}} = \overline{A} + B$

$\overline{A} \cdot B = \overline{A + \overline{B}}$ ou $\overline{\overline{A} \cdot B} = A + \overline{B}$

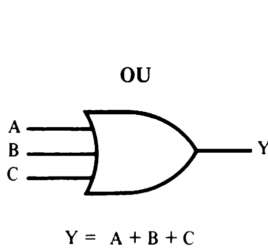
$\overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{A + B}$ ou $\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = A + B$

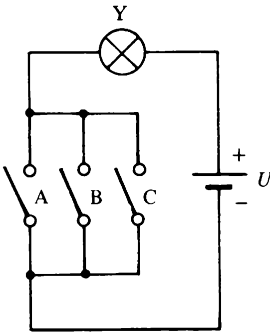
Fonction logique	Circuit équivalent	Table de vérité



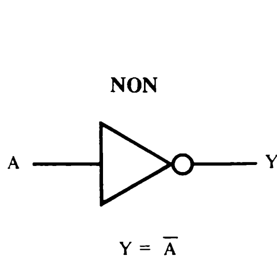


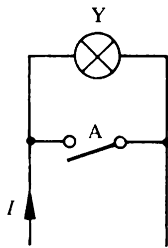
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1





A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

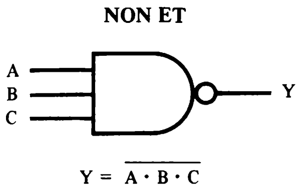




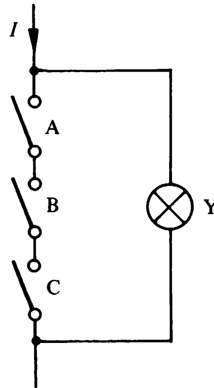
A	Y
0	1
1	0

Fonction logique	Circuit équivalent	Table de vérité

NON ET

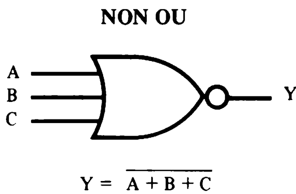


$Y = \overline{A \cdot B \cdot C}$

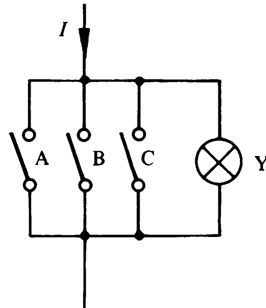


A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

NON OU

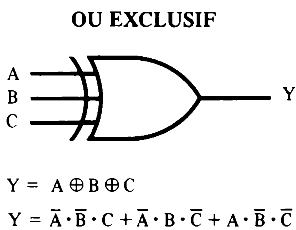


$Y = \overline{A + B + C}$



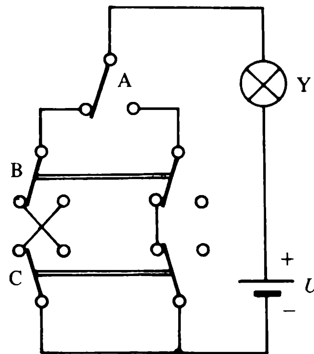
A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

OU EXCLUSIF



$Y = A \oplus B \oplus C$

$Y = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$



A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Symboles normalisés: MIL, DIN, CEI

Circuits logiques	MIL	DIN	CEI	Fonctions logiques
ET	A B Y	A B Y	A B & Y	$Y = A \cdot B$
OU	A B Y	A B Y	A B ≥1 Y	$Y = A + B$
NON	A Y	A Y	A & Y	$Y = \bar{A}$
NON ET	A B Y	A B Y	A B & Y	$Y = \overline{A \cdot B}$
NON OU	A B Y	A B Y	A B ≥1 Y	$Y = \overline{A + B}$
OU EXCLUSIF	A B Y	A B Y	A B =1 Y	$Y = A \oplus B$

Loi de la commutativité

$$A\,B\,C = B\,C\,A = C\,A\,B = B\,A\,C = A\,C\,B$$

$$A + B + C = B + A + C$$

Loi de l'associativité

$$A\,B\,C = A\,(B\,C) = B\,(A\,C) = C\,(A\,B)$$

$$A + B + C = A + (B + C) = B + (A + C) = C + (A + B)$$

Loi de la distributivité

$$A\,(B + C) = AB + AC$$

$$(A + B)\,(A + C) = A + BC$$

Loi de l'absorbtion

$$A + AB = A$$

$$A\,(\bar{A} + B) = AB$$

$$A + \bar{A}B = A + B$$

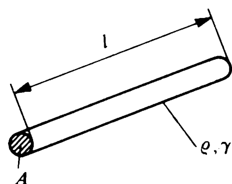
Loi d'Ohm

Récepteur purement ohmique		**Récepteur à force contre-électromotrice**	
Fer à repasser, radiateur, chauffe-eau, lampe à incandescence, conducteur, etc.		Moteur, batterie d'accumulateurs, cuve à électrolyse, etc.	
Récepteur seul	**Circuit complet**	**Récepteur seul**	**Circuit complet**
$U = R \cdot I$	$E = U + U_i$	$U = U_R + E'$	$E = U_R + E' + U_i$
$I = \dfrac{U}{R}$	$I = \dfrac{E}{R + R_i}$	$I = \dfrac{U - E'}{R}$	$I = \dfrac{E - E'}{R + R_i}$

Remarques importantes :
– Le sens des vecteurs indiquant une "différence de potentiel" est dirigé du + au –.
– La résistance des conducteurs est négligée.

I	intensité du courant dans le circuit, orientée selon le sens conventionnel	[A]
E	force électromotrice du générateur	[V]
$R \cdot I = U$	tension aux bornes du récepteur	[V]
$R_i \cdot I = U_i$	chute de tension dans le générateur	[V]
E'	force contre-électromotrice du récepteur	[V]
$R \cdot I = U_R$	chute de tension ohmique dans le récepteur à FCEM	[V]
R	résistance du récepteur	[Ω]
R_i	résistance interne du générateur	[Ω]

conductance = inverse résistance



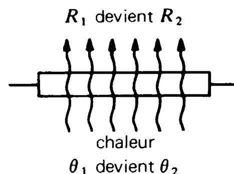
Résistance d'un conducteur

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{A} \quad \text{ou} \quad R = \frac{l}{\gamma \cdot A}$$

Conductivité $\gamma = \frac{1}{\varrho} \Rightarrow \varrho \cdot \gamma = 1$

Valeurs de ϱ et γ, voir page 24

- R résistance [Ω]
- l longueur [m]
- A section [mm²] [m²
- ϱ résistivité $\left[\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}\right]$ [Ω
- γ conductivité $\left[\frac{m}{\Omega \cdot mm^2}\right]$



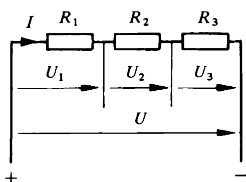
Influence de la chaleur sur la résistance d'un conducteur

$\Delta R = R_1 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$

$$R_2 = R_1 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \qquad \Delta R = R_2 - R_1$

- ΔR différence de résistance [Ω]
- R_2 résist. à la temp. cherchée [Ω]
- R_1 résistance à 20° C [Ω]
- α coefficient de température, voir p. 24 $\left[\frac{1}{deg}\right.$
- $\Delta\theta$ différence de tempér. [deg



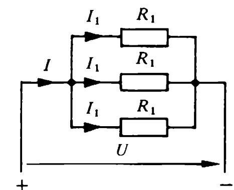
Couplage de résistances en série

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$$

$U = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$

I a la même valeur dans toutes les résistances

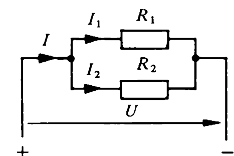
- R résistance équivalente [Ω]
- I courant dans le circuit [A]
- $R_1, R_2, ... R_n$, résistances individuelles [Ω]
- $U_1, U_2, ... U_n$, tension aux bornes des résistances individuelles [V]
- U tension totale [V]



Couplage de résistances en parallèle

Résistances de même valeur

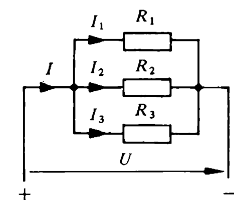
$$R = \frac{R_1}{n} \qquad I = I_1 \cdot n$$



Deux résistances de valeurs différentes

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \qquad R_1 = \frac{R_2 \cdot R}{R_2 - R} \qquad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$I = I_1 + I_2$



Plus de deux résistances de valeurs différentes

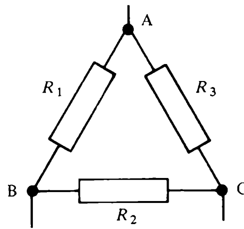
$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}}$$

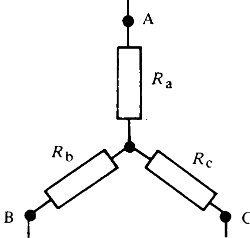
$I = I_1 + I_2 + ... + I_n$

$$G_1 = \frac{1}{R_1} \Longleftrightarrow R_1 = \frac{1}{G_1}$$

$$R = \frac{1}{G_1 + G_2 + ... + G_n}$$

- R résistance équivalente [Ω]
- n nombre de résistances
- R_1, R_2, R_3, R_n résistances individuelles [Ω]
- I_1, I_2, I_3, I_n courant dans les résistances individuelles [A]
- I courant total [A]
- U tension aux bornes des résistances [V]
  La tension U est la même aux bornes de toutes les résistances
- G conductance en siemens [S]





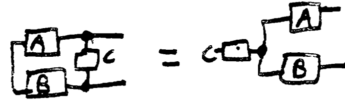
Transformation d'un circuit triangle en étoile

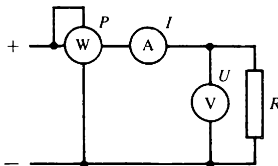
La résistance est équivalente dans les deux circuits si:

$$R_a = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_c = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

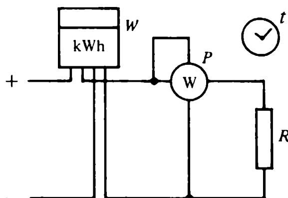




Puissance

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$$

P	puissance	[W]
U	tension	[V]
I	courant	[A]
R	résistance	[Ω]

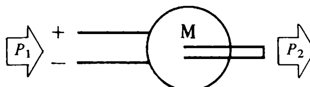


Travail ou énergie

$$W = P \cdot t$$

1 kWh ≙ 3 600 000 J

		(SI)	ou
W	énergie	[J]	[kWh]
P	puissance	[W]	[kW]
t	temps	[s]	[h]

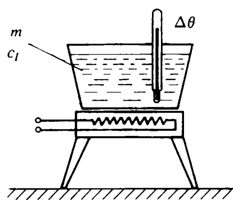


Rendement

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

Pertes $= P_1 - P_2$

η	rendement	
P_1	puissance absorbée	[W]
P_2	puissance utile	[W]

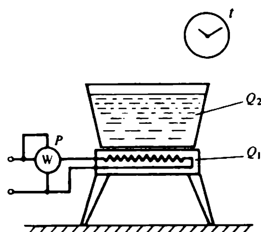


Quantité de chaleur

$$\Delta Q = m \cdot c_l \cdot \Delta\theta$$

ΔQ	quantité de chaleur	[J]
m	masse liquide	[kg]
c_l	chaleur massique liquide (voir p. 19)	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right]$
$\Delta\theta$	différence de tempér.	[K]

"Changement d'état d'un corps", voir p. 61



Loi de Joule

$$Q_2 = P \cdot t \cdot \eta$$

$$\eta = \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$Q_1 = P \cdot t$$

Q_2	quantité de chaleur utile	[J]
P	puissance du corps de chauffe constante	[W]
t	temps	[s]
η	rendement	
Q_1	quantité de chaleur fournie par le corps de chauffe	[J]

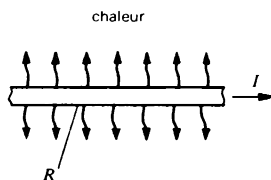
1 J ≙ 0,24 x 10^{-3} kcal
1 kWh ≙ 860 kcal ≙ 3,6 x 10^6 J
1 kcal ≙ 4190 J

Equation générale entre énergies électrique et calorifique

$$P \cdot t \cdot \eta = Q_2$$

$$Q_2 = P \cdot t \cdot \eta = \frac{U^2}{R} \cdot t \cdot \eta = R \cdot I^2 \cdot t \cdot \eta = m \cdot c_l \cdot \Delta\theta$$

R	résistance du corps de chauffe	[Ω]
I	courant dans le corps de chauffe	[A]
U	tension aux bornes du corps de chauffe	[V]

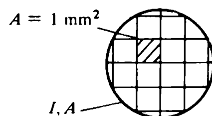


Pertes dans les conducteurs

$$W = R \cdot I^2 \cdot t$$

avec R et I constants

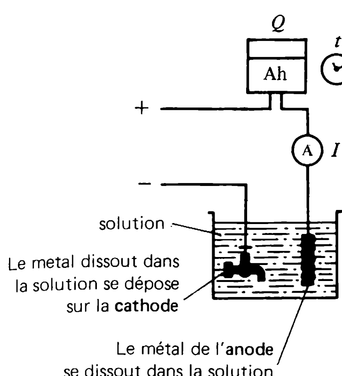
		SI	ou
W	énergie perdue	[J]	[Wh]
R	résistance du conducteur	[Ω]	[Ω]
I	courant dans le conducteur	[A]	[A]
t	temps	[s]	[h]



Densité de courant

$$J = \frac{I}{A}$$

J	densité de courant	$\left[\frac{\text{A}}{\text{mm}^2}\right]$
I	courant	[A]
A	section	[mm²]



Quantité d'électricité

$$Q = I \cdot t$$

1 Ah ≙ 3600 As = 3600 C

		SI	ou
Q	quantité d'électricité	[C]	[Ah]
I	courant	[A]	[A]
t	temps	[s]	[h]

Masse d'un élément libéré par électrolyse

$$m = c \cdot Q$$

m	masse libérée	[mg]
Q	quantité d'électricité	[C]
c	équivalent électrochimique (table p. 20)	[mg/C]

Rendement d'un accumulateur

a) Rendement en quantité

$$\eta_{Ah} = \frac{Q_2}{Q_1}$$

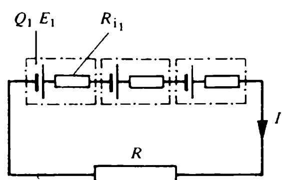
b) Rendement en énergie

$$\eta_{Wh} = \frac{W_2}{W_1}$$

		SI	ou
Q_1	quantité d'électricité fournie durant la charge	[C]	[Ah]
Q_2	quantité d'électricité restituée durant la décharge	[C]	[Ah]
W_1	énergie fournie durant la charge	[J]	[Wh]
W_2	énergie restituée durant la décharge	[J]	[Wh]

temps de charge : 10 h

Notes



Couplage en série d'éléments identiques

Courant dans le circuit

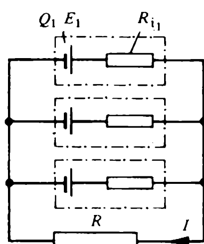
$$I = \frac{E_1 \cdot n}{R + R_{i_1} \cdot n}$$

FEM résultante $E = E_1 \cdot n$

Capacité résultante $Q = Q_1$

Résistance interne résultante $R_i = R_{i_1} \cdot n$

I	courant	[A]
n	nombre d'éléments	
R	résistance du récepteur	[Ω]
R_{i_1}	résistance interne d'un élément	[Ω]
R_i	résistance interne résultante	[Ω]
E_1	FEM d'un élément	[V]
E	FEM résultante	[V]
Q_1	capacité d'un élément	[Ah]
Q	capacité résultante	[Ah]



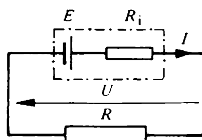
Couplage en parallèle d'éléments identiques

Courant dans le circuit

$$I = \frac{E_1}{R + \frac{R_{i_1}}{n}}$$

FEM résultante $E = E_1$ Capacité résultante $Q = Q_1 \cdot n$

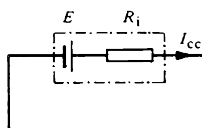
Résistance interne résultante $R_i = \frac{R_{i_1}}{n}$



Tension aux bornes d'une source de tension

$$U = E - R_i \cdot I$$

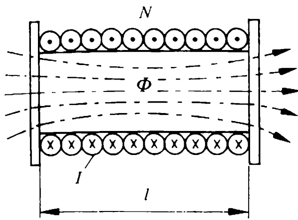
U	tension	[V]
E	FEM	[V]
R_i	résistance interne	[Ω]
I	courant	[A]



Courant de court-circuit d'une source de tension

$$I_{cc} = \frac{E}{R_i}$$

I_{cc}	courant de court-circuit	[A]
E	FEM	[V]
R_i	résistance interne	[Ω]



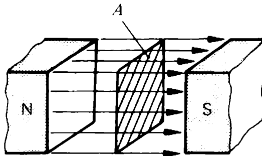
Excitation totale
(Solénation)

$$\Theta = N \cdot I$$

$$H = \frac{\Theta}{l}$$

Θ excitation totale [A]
N nombre de spires
I courant [A]
H intensité de champ magnétique $\left[\frac{A}{m}\right]$
l longueur de la bobine [m]

$$H \cdot \ell = N \cdot I \Rightarrow \frac{H}{I} = \frac{N}{\ell}$$

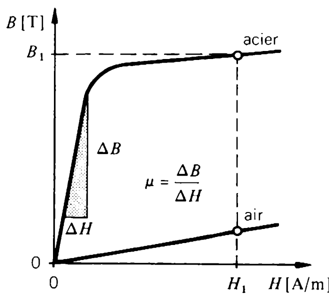


Induction magnétique

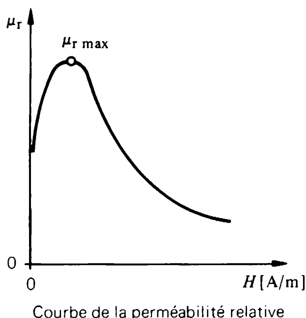
$$B = \frac{\Phi}{A}$$

B induction magnétique [T]
Φ flux magnétique [Wb]
A surface perpendiculaire au flux [m²]

$$1\,T = \frac{1\,Wb}{m^2} = 1\,\frac{V \cdot s}{m^2}$$



Courbe d'alimentation



Courbe de la perméabilité relative

Induction magnétique
à l'intérieur d'une bobine

Equation générale

$$B = \mu \cdot H$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

a) **Sans noyau**

$\mu_r = 1$

$$B_0 = \mu_0 \cdot H$$

b) **Avec noyau magnétique**

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$$

Quelques valeurs maximales de μ_r

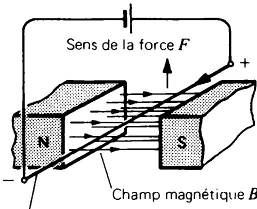
Fe – Si	20 000
Fe – Ni	30 000
Ferrite	40 000
Mumétal	100 000

B induction magnétique [T]
H intensité du champ magnétique [A/m]
μ perméabilité absolue [Tm/A] = [N/A²]
μ_0 perméabilité du vide [Tm/A] = [N/A²]

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \approx \frac{1}{800\,000}\ \text{Tm/A}$$

μ_r perméabilité relative, varie avec la grandeur de B [sans unité]

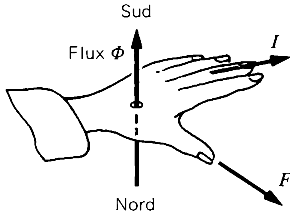
1 T ≙ 10^4 G
1 Wb ≙ 10^8 Mx



Force produite par le passage d'un courant dans un conducteur

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot N$$

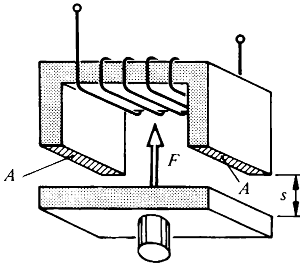
F	force	[N]
B	induction magnétique	[T]
I	courant	[A]
l	longueur active du conducteur	[m]
N	nombre de conducteurs en parallèle	



Règle de la main gauche

Sens de la force :

Le pouce indique la direction de la force lorsque la main gauche est placée de telle manière que les autres doigts montrent le sens du courant et que les lignes de force entrent dans la paume de la main



Force d'attraction magnétique

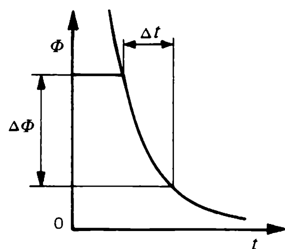
Lorsque $s = 0$, on a:

$$F = \frac{A \cdot B^2}{2 \cdot \mu_0}$$

F	force d'attraction	[N]
B	induction magnétique	[T]
A	aire totale en contact	[m²]

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \approx \frac{1}{800\,000}$ Tm/A ou N/A²

Notes



FEM induite dans une bobine soumise à une variation de flux

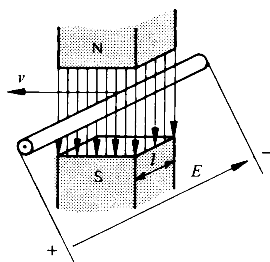
$$E = \frac{\Delta \Phi \cdot N}{\Delta t}$$

E	FEM induite	[V]
$\Delta \Phi$	Différence de flux magnétique	[Wb]
N	nombre de spires de la bobine induite	
Δt	durée de la variation de flux	[s]

Quantité d'électricité induite

$$Q = \frac{\Delta \Phi \cdot N}{R}$$

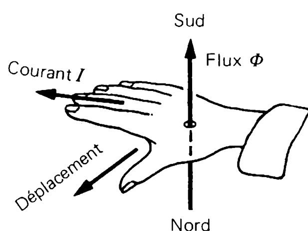
Q	quantité d'électricité	[C]
R	résistance ohmique de la bobine	[Ω]



FEM induite par le mouvement

$$E = B \cdot l \cdot v \cdot N$$

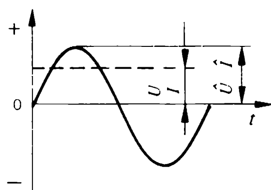
E	FEM induite	[V]
B	induction magnétique	[T]
l	longueur active du conducteur	[m]
v	vitesse de déplacement du conducteur	$\left[\frac{m}{s}\right]$
N	nombre de conducteurs	



Règle de la main droite

Sens du courant induit :

Le sens du courant induit est indiqué par les doigts de la main droite lorsque le pouce est dirigé dans le sens du déplacement de l'induit, et que les lignes de force entrent dans la paume de la main



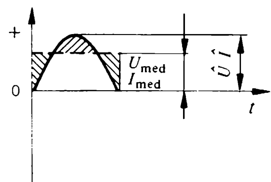
Valeurs efficace et de crête

$$U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \qquad I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

$U = 0{,}707\,\hat{U} \quad I = 0{,}707\,\hat{I}$

Le facteur $\sqrt{2}$ n'est valable que pour un courant de forme sinusoïdale.

U, I	valeurs efficaces de la tension et du courant	[V] [A]
$\hat{U}, \hat{I}$	valeurs de crête de la tension et du courant	[V] [A]



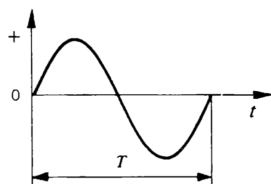
Valeurs moyennes arithmétique de crête pour une alternance

$$U_{med} = 0{,}637 \cdot \hat{U}$$

$$I_{med} = 0{,}637 \cdot \hat{I}$$

U_{med} I_{med}	valeurs moyennes arithmétique de la tension et du courant	[V] [A]

$\frac{2}{\pi} = 0{,}637$

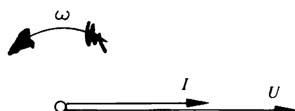


Fréquence et période

$$f = \frac{1}{T} \qquad T = \frac{1}{f}$$

$f \cdot T = 1$

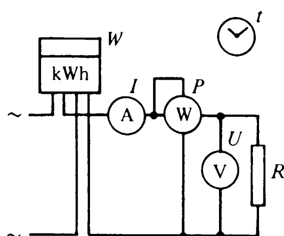
f	fréquence	[Hz] ou $\left[\frac{1}{s}\right]$
T	période	[s]



Vitesse angulaire

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

ω	vitesse angulaire ou pulsation	$\left[\frac{1}{s}\right]$ (barré) ou $\left[\frac{rad}{s}\right]$
f	fréquence	[Hz]



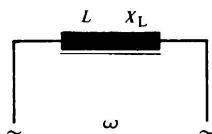
Résistance pure alimentée en alternatif

$$R = \frac{U}{I}$$

$$P = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} = U \cdot I$$

$$W = P \cdot t$$

		(SI)	ou
R	résistance pure	[Ω]	[Ω]
U	tension	[V]	[V]
I	courant	[A]	[A]
P	puissance	[W]	[W]
W	énergie	[J]	[Wh]
t	temps	[s]	[h]



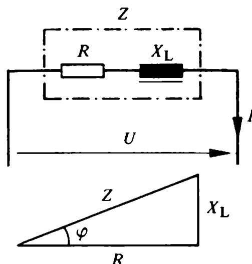
Réactance d'induction

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

X_L	réactance d'induction	[Ω]
ω	vitesse angulaire	$\left[\frac{1}{s}\right]$ ou $\left[\frac{rad}{s}\right]$
L	inductance	[H]

$1\ H = 1 \frac{V \cdot s}{A}$



Impédance

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \frac{U}{I} \qquad \cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

Z	impédance	[Ω]
R	résistance ohmique	[Ω]
X_L	réactance d'induction	[Ω]
U	tension	[V]
I	courant	[A]

Puissances :

Puissance active

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi = R \cdot I^2$$

Puissance apparente

$$S = U \cdot I = Z \cdot I^2$$

Puissance réactive

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi = X_L \cdot I^2$$

Facteur de puissance λ

$$\lambda = \cos\varphi = \frac{P}{S}$$

		SI	ou
U	tension	[V]	[V]
I	courant	[A]	[A]
P	puissance active	[W]	[W]
S	puissance apparente	[VA]	[VA]
Q	puissance réactive	[var]	[var]
Z	impédance	[Ω]	[Ω]
X_L	réactance d'induction	[Ω]	[Ω]
R	résistance ohmique	[Ω]	[Ω]
W	énergie active	[J]	[Wh]
W_s	énergie apparente	[VAs]	[VAh]
W_q	énergie réactive	[vars]	[varh]
t	temps	[s]	[h]

Energies :

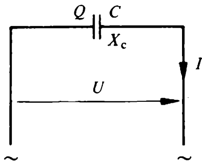
Energie active $W = P \cdot t$

Energie apparente $W_s = S \cdot t$

Energie réactive $W_q = Q \cdot t$

Couplage en série ou en parallèle d'inductances – voir couplage de résistances.

Remarque: Les symboles S et Q ont remplacé les symboles périmés P_s et P_q



Charge d'un condensateur

$$Q = U \cdot C = I \cdot t$$

Réactance de capacité

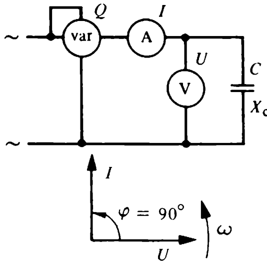
$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Courant d'un condensateur

$$I = U \cdot \omega \cdot C \qquad I = \frac{U}{X_C}$$

Q charge du condensateur [C]
U tension [V]
C capacité du condensateur [F]
I courant [A]
ω $= 2 \cdot \pi \cdot f$ vitesse angulaire $\left[\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right]$ ou $\left[\frac{1}{\text{s}}\right]$
X_C réactance de capacité [Ω]
t temps [s]

$1\ \text{F} = 1\ \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}}$



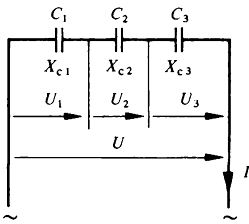
Puissance réactive d'un condensateur

$$S = Q = U \cdot I = \frac{U^2}{X_C} = I^2 \cdot X_C$$

Puissance active $P = 0$

$\cos \varphi = 0$

Q puissance réactive [var]
U tension [V]
I courant [A]
X_C réactance de capacité [Ω]



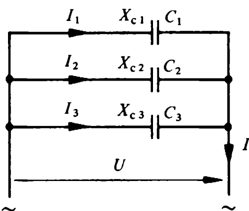
Couplage en série de condensateurs

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}}$$

$U = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n$

$U_1 = X_{C_1} \cdot I$

C capacité résultante [F]
C_1, C_2, C_n capacités individuelles [F]
U tension totale [V]
U_1, U_2, U_n tensions individuelles [V]
$X_{C_1}, X_{C_2}, X_{C_n}$ réactances de capacité individuelles [Ω]
I courant [A]



Couplage en parallèle de condensateurs

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n$$

$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n$

$I_1 = \frac{U}{X_{C_1}}$

C capacité résultante [F]
C_1, C_2, C_n capacités individuelles [F]
$X_{C_1}, X_{C_2}, X_{C_n}$ réactances de capacité individuelles [Ω]
I_1, I_2, I_n courants individuels [A]
I courant total [A]
U tension [V]

Circuits série

Couplage	Représentation vectorielle	Formules – Cas particulier	Formules – Cas général
R, L, I, U_R, U_L, U L = inductance pure $Z_L \approx X_L$	U, U_L, φ, U_R, I	$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$ $\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{U_L}{U_R}$	$Z = \frac{U}{I}$ $I = \frac{U}{Z}$ $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ $X_L = \omega \cdot L$ $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$ $U_R = R \cdot I$ $U_L = X_L \cdot I$ $U_C = X_C \cdot I$ $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$ $S = U \cdot I$ $Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{P}{S}$
R, C, I, U_R, U_C, U	I, φ, U_R, U_C, U	$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}$ $\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{U_C}{U_R}$	
R, L, C, I, U_R, U_L, U_C, U	I, φ, U_R, U, U_C, U_L $U_C > U_L$	$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$ $\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_C - X_L}{R} = \frac{U_C - U_L}{U_R}$	
L, R, X_L, C, I, U_L, U_C, U $Z_L \approx X_L$ $\varphi_L \approx 90°$	U_L, $U_C > U_L$, I, φ, U_C, U	$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{X_C - X_L} \approx 0$ $\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_C - X_L}{R} \approx \infty$	

Résonance série (cas théorique où $\varphi_L \approx 90°$) $X_L = X_C$

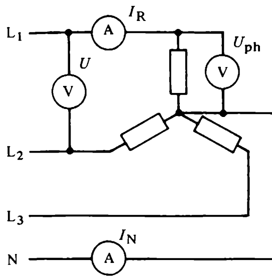
L, R, X_L, C, I, U_L, U_C, U	I, U, U_L, U_C	$\omega^2 \cdot L \cdot C = 1$ $f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ $U_L = U_C$ $Z = R$ $I = \frac{U}{R}$ $P = U \cdot I = R \cdot I^2$ $\varphi = 0$ $\cos\varphi = 1$ $\operatorname{tg}\varphi = 0$ $Q_L = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R}$ Q_L facteur de qualité du récepteur L

Circuits parallèle

Couplage	Représentation vectorielle	Formules – Cas particulier	Formules – Cas général
L = inductance pure $Z_L \approx X_L$		$I=\sqrt{I_R^2+I_L^2}$ $\operatorname{tg}\varphi=\frac{I_L}{I_R}$ $\quad \frac{I_L}{I_R}=\frac{R}{X_L}$	$Z=\frac{U}{I}$ $I=\frac{U}{Z}$ $\omega=2\cdot\pi\cdot f$ $X_L=\omega\cdot L$ $X_C=\frac{1}{\omega\cdot C}$ $I_R=\frac{U}{R}$ $I_L=\frac{U}{X_L}$ $I_C=\frac{U}{X_C}$ $P=U\cdot I\cdot\cos\varphi$ $S=U\cdot I$ $Q=U\cdot I\cdot\sin\varphi$ $\cos\varphi=\frac{P}{S}=\frac{Z}{R}$ (Valable seulement lorsqu'une résistance ohmique R est en parallèle)
		$I=\sqrt{I_R^2+I_C^2}$ $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\cdot C^2\cdot R^2}}$ $\operatorname{tg}\varphi=\frac{I_C}{I_R}=\frac{R}{X_C}$	
L = inductance pure $Z_L \approx X_L$	$I_C > I_L$	$Z=\frac{R\cdot\omega\cdot L}{\sqrt{\omega^2\cdot L^2+R^2(1-\omega^2\cdot L\cdot C)^2}}$ $I=\sqrt{I_R^2+(I_C-I_L)^2}$ $\cos\varphi=\frac{\omega\cdot L}{\sqrt{\omega^2\cdot L^2+R^2(1-\omega^2\cdot L\cdot C)^2}}$ $\operatorname{tg}\varphi=\frac{I_C-I_L}{I_R}=\frac{R}{X}$	
		$Z=\frac{\sqrt{R^2+\omega^2\cdot L^2}}{\sqrt{\omega^2\cdot R^2\cdot C^2+(1-\omega^2\cdot C\cdot L)^2}}$ $\cos\varphi=\frac{R}{\sqrt{R^2+\omega^4\cdot L^2\cdot C^2\left(\frac{1}{\omega\cdot c}-\omega\cdot L-\frac{R^2}{\omega\cdot L}\right)^2}}$	

Résonance parallèle (cas théorique où $\varphi_L \approx 90°$) $\omega L \gg R$ $\qquad X_L = X_C$

		$\omega^2\cdot L\cdot C=1$ $\quad f=\frac{\omega}{2\cdot\pi}=\frac{1}{2\cdot\pi\cdot\sqrt{LC}}$ $\quad Q_L=\frac{X_L}{R}=\frac{X_C}{R}\gg 1$ $Z=\frac{U}{I}\approx\frac{(\omega\cdot L)^2}{R}=\frac{1}{(\omega\cdot C)^2\cdot R}=\frac{L}{C\cdot R}=Q_L\cdot\omega\cdot L=Q_L^2\cdot R$ $I_C=I_L$ $\quad P=U\cdot I=R\cdot I^2$ $\quad \varphi=0$ $\quad \cos\varphi=1$ $\quad \operatorname{tg}\varphi=0$ Q_L facteur de qualité du récepteur L.



Couplage étoile

$$U = U_{ph} \cdot \sqrt{3}$$

$I = I_{ph}$

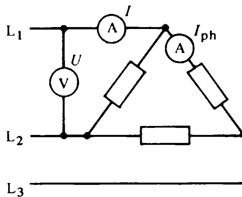
Pour une charge symétrique

$L_1 = L_2 = L_3 \qquad I_N = 0$

Pour une charge asymétrique

$$I_N = \sqrt{I_{L_1}^2 + I_{L_2}^2 + I_{L_3}^2 - (I_{L_1} \cdot I_{L_2} + I_{L_2} \cdot I_{L_3} + I_{L_3} \cdot I_{L_1})}$$

U	tension composée, entre conducteurs polaires	[V]
U_{ph}	tension simple, aux bornes d'un récepteur	[V]
$I_{L_1} I_{L_2} I_{L_3}$	courant dans les conducteurs polaires $L_1 L_2 L_3$	[A]
I_N	courant dans le conducteur neutre	[A]

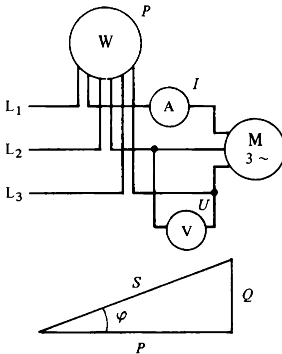


Couplage triangle
charge symétrique

$$I = I_{ph} \cdot \sqrt{3}$$

$U = U_{ph}$

I	courant dans un conducteur polaire	[A]
I_{ph}	courant dans une phase	[A]
U	tension du réseau	[V]
U_{ph}	tension aux bornes d'un récepteur	[V]



Puissances pour une charge symétrique

Puissance active

$$P = U \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \cos\varphi$$

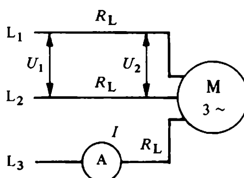
Puissance apparente $$S = U \cdot I \cdot \sqrt{3}$$

Puissance réactive $$Q = U \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \sin\varphi$$ $\cos\varphi = \frac{P}{S}$

Pour une charge asymétrique :
Puissance totale = somme des puissances de chaque phase.

P	puissance active	[W]
S	puissance apparente	[VA]
Q	puissance réactive	[var]
U	tension du réseau	[V]
I	courant dans un conducteur polaire	[A]

Chute de tension triphasée pour une charge symétrique



$$U_v = R_L \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \cos\varphi$$

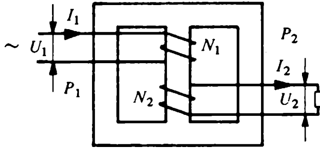
$U_v = U_1 - U_2$

Puissance perdue en ligne pour une charge symétrique

$$P = 3 \cdot R_L \cdot I^2$$

U_v	chute de tension	[V]
R_L	résistance d'un conducteur	[Ω]
I	courant dans un conducteur polaire	[A]
P	puissance perdue dans les 3 conducteurs polaires	[W]

Remarque: Les symboles de repérage L_1, L_2 et L_3 ont remplacé les symboles périmés R, S et T.



FEM induite

$$E = \frac{\Phi \cdot \omega \cdot N}{\sqrt{2}} \qquad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

a) **Rapports en monophasé**
(les pertes sont négligées)

$$S_1 = S_2$$

Rapport de transformation $\ddot{u}$

$$\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

E FEM induite [V]
Φ flux magnétique max. dans le noyau [Wb]
ω vitesse angulaire $\left[\frac{1}{s}\right]$
N_1 N_2 nombre de spires primaire et secondaire
U_1 U_2 tensions primaire et secondaire [V]
I_1 I_2 courants primaire et secondaire [A]
$S_1 S_2$ puissances apparentes primaire et secondaire [VA]

b) **Rapport en triphasé** (les pertes sont négligées)

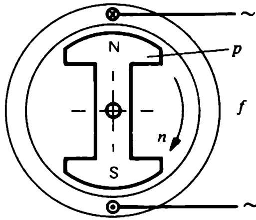
$$S_1 = S_2$$

Rapport du nombre de spires $\quad \frac{U_{1\,ph}}{U_{2\,ph}} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_{2\,ph}}{I_{1\,ph}}$

Rapport de transformation $\ddot{u}$ $\quad \ddot{u} = \frac{U_1}{U_2}$

Remarque : Dans les transformateurs triphasés, le rapport de transformation n'est égal à celui du nombre de spires que si le primaire et le secondaire ont le même couplage !

Cas particuliers					
Couplage	Symbole du couplage	Schéma du couplage primaire	secondaire	Rapport de transformation $\ddot{u} = \frac{U_1}{U_2}$
Etoile-étoile		U V W	u v w	$\frac{N_1}{N_2}$
Triangle-étoile		U V W	u v w	$\frac{N_1}{N_2 \cdot \sqrt{3}}$
Etoile-triangle		U V W	u v w	$\frac{N_1 \cdot \sqrt{3}}{N_2}$
Etoile-zigzag		U V W	u v w	$\frac{N_1 \cdot 2}{N_2 \cdot \sqrt{3}}$



Fréquence produite par un alternateur $f = p \cdot n$

f fréquence [Hz]
p nombre de paires de pôles de l'inducteur
n fréquence de rotation de l'inducteur $\left[\frac{1}{s}\right]$

Fréquence de rotation d'un moteur synchrone

$$n = \frac{f}{p}$$

Glissement d'un moteur asynchrone

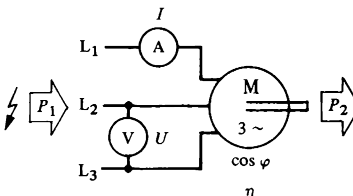
$$s = \frac{n_c - n}{n_c} \cdot 100$$

s glissement en %
n_c fréquence de rotation du champ tournant $\left[\frac{1}{s}\right]$ ou $\left[\frac{1}{min}\right]$
n fréquence de rotation du moteur $\left[\frac{1}{s}\right]$ ou $\left[\frac{1}{min}\right]$

Fréquence induite dans le rotor

$$f_r = f \frac{s}{100}$$

f fréquence du réseau [Hz]
f_r fréquence induite dans le rotor (inducteur) [Hz]



Puissance utile d'un moteur

Monophasé

$$P_2 = U \cdot I \cdot \cos\varphi \cdot \eta$$

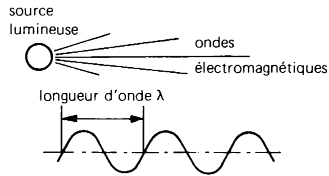
Triphasé

$$P_2 = U \cdot I \cdot \sqrt{3} \cdot \cos\varphi \cdot \eta$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

P_2 puissance utile (mécanique) [W]
U tension du réseau [V]
I courant dans un conducteur polaire [A]
$\cos\varphi$ facteur de puissance
η rendement
P_1 puissance absorbée [W]

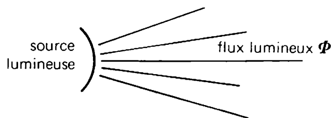
La lumière est la partie des ondes électromagnétiques périodiques qui impressionnent la rétine. Les rayonnements visibles ont des longueurs d'onde comprises entre 0,38 μm et 0,76 μm.



Longueur d'onde

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

λ	longueur d'onde	[m]
$c = 3 \cdot 10^{-8}$ m/s:	vitesse de propagation des ondes	$\left[\frac{m}{s}\right]$
f	fréquence	[Hz]



Le flux lumineux Φ d'une source représente la "puissance lumineuse" rayonnée par celle-ci, et évaluée par l'oeil. Il s'exprime en lumen [lm]

Φ	flux lumineux	[lm]

La quantité de lumière Q ou "énergie" est le produit du flux lumineux émis par une source par le temps d'émission

$$Q = \Phi \cdot t$$

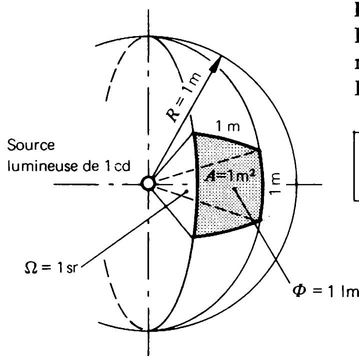
		SI	ou
Q	quantité de lumière	[lms]	[lmh]
Φ	flux lumineux	[lm]	
t	temps	[s]	[h]



Efficacité lumineuse

$$K = \frac{\Phi}{P}$$

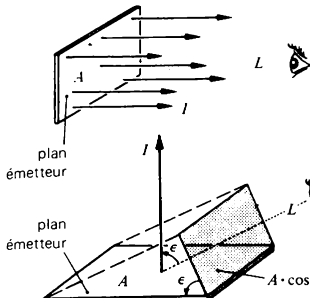
K	efficacité lumineuse	$\left[\frac{lm}{W}\right]$
Φ	flux lumineux	[lm]
P	puissance électrique de la source	[W]



L'intensité lumineuse I représente la "force" de la lumière. Elle dépend de l'amplitude de l'onde et définit l'intensité du rayonnement dans une direction donnée.
Elle s'exprime en candela [cd]

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}$$

I	intensité lumineuse	[cd]
Φ	flux lumineux	[lm]
Ω	angle solide	[sr]



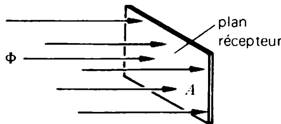
La luminance L **est une indication pour la sensation de clarté que l'oeil perçoit d'une surface.**

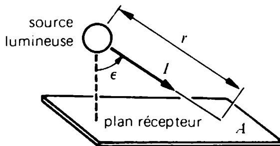
C'est le quotient de l'intensité lumineuse I **d'une surface par l'aire apparente** A **de cette surface.**

$$L = \frac{I}{A}$$

$$L = \frac{I}{A \cdot \cos \epsilon}$$

L	luminance	$\left[\frac{cd}{m^2}\right]$
I	intensité lumineuse	[cd]
A	aire du plan éclairant	$[m^2]$
ϵ	angle entre le rayon normal (⊥) et le rayon oblique impressionnant la rétine	



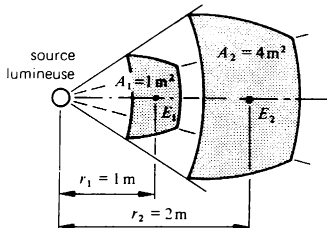


L'éclairement E **(lux) est le quotient du flux lumineux** Φ **reçu par une surface par l'aire** A **de cette surface.**

$$E = \frac{\Phi}{A}$$

$$E = \frac{I}{r^2 \cdot \cos \epsilon}$$

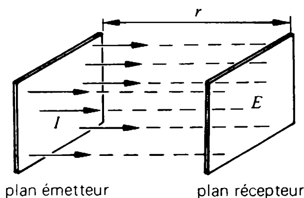
E	éclairement	[lx]
Φ	flux limineux	[lm]
A	aire du plan récepteur	$[m^2]$
I	intensité lumineuse	[cd]
r	distance émission-réception	[m]
ϵ	angle entre le rayon normal (⊥) et le rayon oblique	



Loi du carré des distances

L'éclairement fourni par une source lumineuse est inversement proportionnel au carré de la distance.

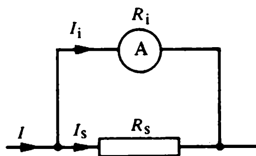
$$E_1 \cdot r_1^2 = E_2 \cdot r_2^2$$



Relation entre intensité lumineuse et éclairement

$$E = \frac{I}{r^2}$$

E	éclairement	[lx]
I	intensité lumineuse	[cd]
r	distance	[m]

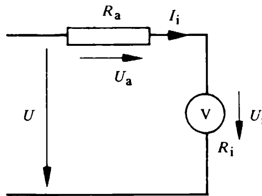


Extension de l'étendue de mesure d'un ampèremètre

$$R_s = R_i \frac{I_i}{I_s}$$

$$I = I_i + I_s$$

R_s	résistance du shunt	[Ω]
R_i	résistance interne de l'instrument	[Ω]
I_i	étendue de mesure de l'instrument	[A]
I_s	courant dans le shunt	[A]
I	courant à mesurer	[A]

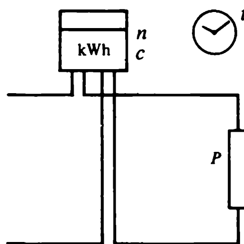


Extension de l'étendue de mesure d'un voltmètre

$$R_a = \frac{U - R_i \cdot I_i}{I_i}$$

$$U = U_i + R_a \cdot I_i$$

R_a	résistance additionnelle	[Ω]
U	étendue de mesure désirée	[V]
R_i	résistance interne de l'instrument	[Ω]
I_i	courant dans l'instrument pour la déviation totale	[A]
U_i	tension aux bornes de l'instrument	[V]



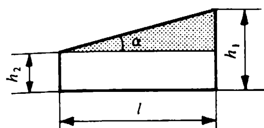
Mesure de la puissance à l'aide d'un compteur de kWh

$$P = \frac{3600 \cdot n}{c \cdot t}$$

P	puissance du récepteur	[kW]
n	nombre de tours du disque pendant le temps t	
t	durée de la mesure	[s]
c	constante du compteur	$\left[\frac{1}{\text{kWh}}\right]$

Notes

Inclinaison

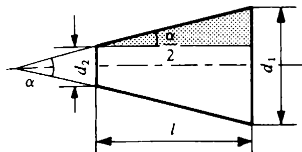


Inclinaison $= \dfrac{h_1 - h_2}{l} = \tan \alpha$
Inclinaison en % $= \dfrac{h_1 - h_2}{l} \cdot 100$

$\alpha =$ angle d'inclinaison

h_1, h_2, l [mm]
α [°] angle d'inclinaison

Conicité

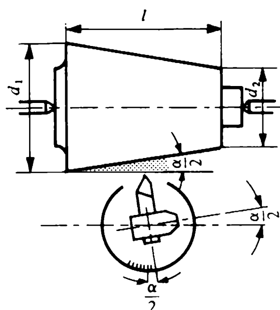


Conicité $= \dfrac{d_1 - d_2}{l} = 2 \tan \dfrac{\alpha}{2}$
Conicité en % $= \dfrac{d_1 - d_2}{l} \cdot 100$

$\alpha =$ angle du cône

d_1, d_2, l [mm]
α [°] angle au sommet du cône

Tournage conique

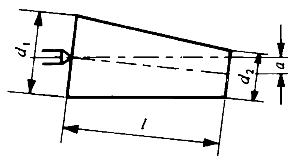


a) **Par orientation du chariot porte-outil**
Le chariot porte-outil est incliné d'un angle $\alpha/2$ donné par l'équation

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{d_1 - d_2}{2\,l}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \cdot \text{conicité}$$

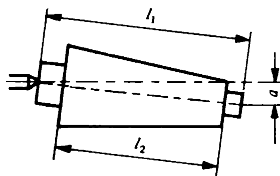
d_1, d_2, l [mm]
α [°] angle au sommet du cône
conicité en **valeur décimale**



b) **Par excentrage de la contre-pointe** (cônes à faible pente)

$$a = \frac{d_1 - d_2}{2}$$

$$a = \frac{l}{2} \cdot \text{conicité}$$



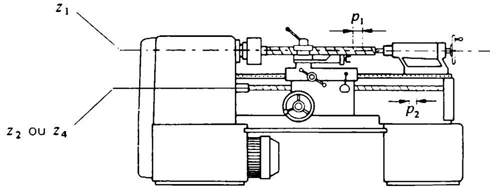
$$a = \frac{d_1 - d_2}{2} \cdot \frac{l_1}{l_2}$$

$$a = \frac{l_1}{2} \cdot \text{conicité}$$

a [mm] cote d'excentrage
d_1, d_2, l, l_1, l_2 [mm]
conicité en **valeur décimale**

Exemple : pour les cônes métriques, on écrira dans les calculs :
Conicité = 0,05, et non pas ~~conicité = 5%~~

Calcul des rapports d'engrenage pour le filetage



p_1 = pas à fileter
p_2 = pas de la vis-mère
z_1, z_3, nombre de dents des roues menantes
z_2, z_4, nombre de dents des roues menées

Montage à 2 roues	Montage à 4 roues	Contrôle du montage des roues
$\frac{p_1}{p_2} = \frac{z_1}{z_2}$	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$	$z_1 + z_2 > z_3$ $z_3 + z_4 > z_2$

p_1 et p_2 doivent toujours être exprimés dans la même unité, le mm.

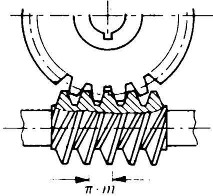
– si le pas à fileter est exprimé en filets par pouce, on écrira : $p_1 = \frac{25{,}4}{\text{nb. filets/}''}$

si le pas de la vis-mère est exprimé en filets par pouce, on écrira : $p_2 = \frac{25{,}4}{\text{nb. filets/}''}$

Série normale des roues interchangeables équipant la plupart des tours :
18, 20, 22, 25, 30, 33, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, (110), (120), (125) et 127.

Vérification : pas de la vis-mère x rapport de transmission = pas de la pièce à tourner

Filetage d'un pas exprimé en module (vis sans fin)



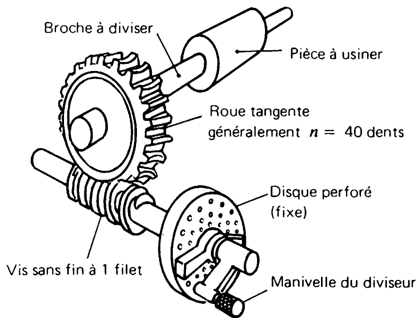
Pas de la vis sans fin :

$$p_1 = \pi \cdot m \cdot z$$

z nombre de filets de la vis sans fin
m [mm] module de la vis sans fin
p_1 [mm] pas de la vis sans fin à usiner
p_2 [mm] pas de la vis-mère du tour

			Valeurs approchées pour π			
Vis-mère à pas métrique	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\pi \cdot m \cdot z}{p_2} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$	$\pi \approx$	$\frac{22}{7}$	$\frac{7 \times 35}{13 \times 6}$	$\frac{32 \times 27}{25 \times 11}$	$\frac{19 \times 21}{127}$
		erreur en ‰	0,4	0,2	0,07	0,04

			Valeurs approchées pour $\frac{\pi}{25{,}4}$				
Vis-mère anglaise à nb. filets/″	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\pi \cdot m \cdot z}{\frac{25{,}4}{\text{nb. filets/}''}} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$	$\frac{\pi}{25{,}4} \approx$	$\frac{22 \times 5}{7 \times 127}$	$\frac{2 \times 17}{5 \times 55}$	$\frac{5 \times 19}{32 \times 24}$	$\frac{11 \times 17}{27 \times 56}$	$\frac{8 \times 25}{33 \times 49}$
		erreur en ‰	0,4	0,4	0,1	0,06	0,009



Division simple

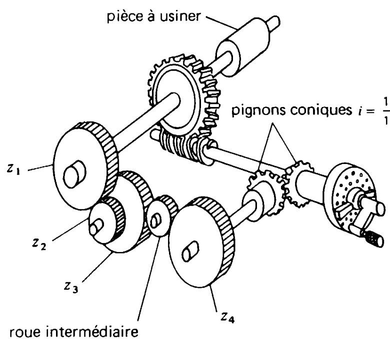
Nombre standard de perforations par cercle de trous

Disque n° 1	15	16	17	18	19	20
Disque n° 2	21	23	27	29	31	33
Disque n° 3	37	39	41	43	47	49

Un tour complet de la pièce correspond à 40 tours de manivelle, lorsque la roue tangente compte 40 dents.

$$n = \frac{40}{z}$$

n nombre de tours de manivelle pour une division
z nombre de divisions à usiner



Nb. de dents par roue

24	24	28	32	36	40	44
48	56	64	72	86	100	(120)

Diviseur différentiel

a) Choisir un nombre z' de divisions aussi proche que possible du nombre z de divisions à usiner;

b) Calculer le nombre de tours de manivelle pour effectuer une division :

$$n = \frac{40}{z'}$$

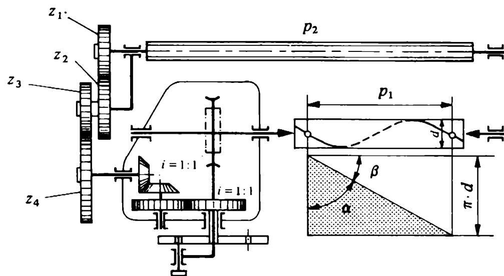
c) Déterminer le rapport d'engrenage corrigeant l'erreur créée par l'adoption de z' :

$$\frac{40\,(z' - z)}{z'} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$$

d) Spécifier le sens de rotation du disque

$z' > z$: le disque tourne dans le même sens que la manivelle
$z' < z$: le disque tourne en sens contraire (avec roue intermédiaire)

Fraisage hélicoïdal au diviseur universel



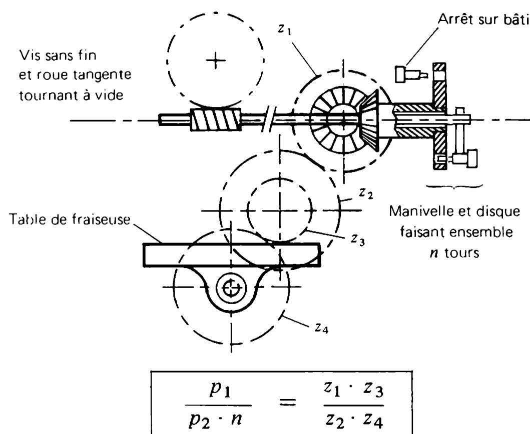
d [mm] diamètre de la pièce à usiner
p_1 [mm] pas de l'hélice à usiner sur la pièce
p_2 [mm] pas de la vis de la table de fraiseuse
α [°] angle de l'hélice à tailler
β [°] angle d'inclinaison de la table fraiseuse
n nombre de tours de manivelle sur le diviseur
z nombre d'hélices à tailler

$$\tan\beta = \frac{\pi \cdot d}{p_1}$$

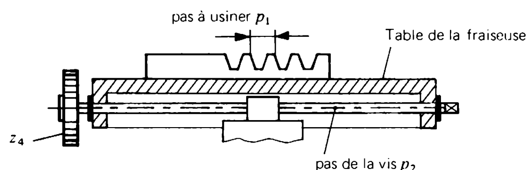
$$\frac{\text{Roues menantes}}{\text{Roues menées}} = \frac{p_2 \cdot 40}{p_1} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$$

$$n = \frac{40}{z}$$

Division rectiligne par diviseur **sans** démultiplication



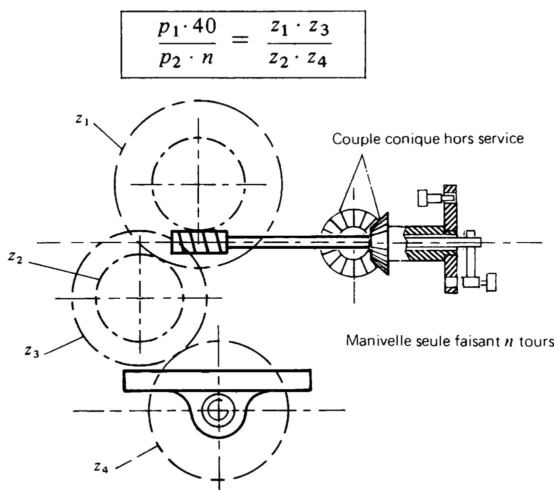
$$\frac{p_1}{p_2 \cdot n} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$$



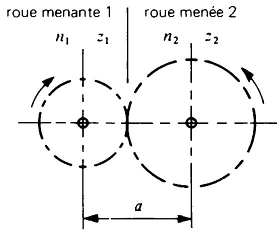
n	nombre de tours, la manivelle et le disque étant solidaires.
z_1, z_3	roues menantes
z_2, z_4	roues menées
p_1 [mm]	pas à usiner sur la pièce
p_2 [mm]	pas de la vis de la table fraiseuse

Division rectiligne par diviseur **avec** démultiplication

$$\frac{p_1 \cdot 40}{p_2 \cdot n} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}$$



n	nombre de tours effectués par la manivelle seule.
z_1, z_3	roues menantes
z_2, z_4	roues menées



Train d'engrenages – Rapport de transmission

Engrenage simple :

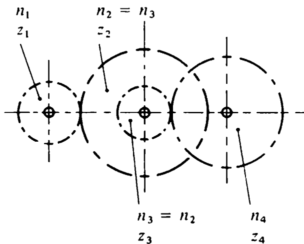
$$n_1 \cdot z_1 = n_2 \cdot z_2$$

Rapport de transmission :

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

Moment agissant sur les roues :

$$M_1 \cdot z_2 = M_2 \cdot z_1$$



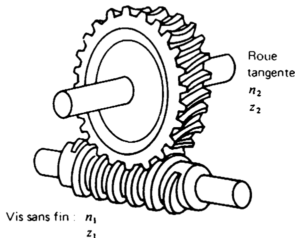
Engrenage double :

$$n_1 \cdot z_1 \cdot z_3 = n_4 \cdot z_2 \cdot z_4$$

Rapport de transmission :

$$i = \frac{n_1}{n_4} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = i_1 \cdot i_2$$

Vis sans fin et roue tangente

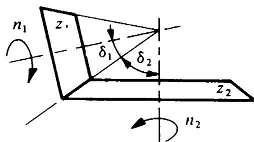


$$n_1 \cdot z_1 = n_2 \cdot z_2$$

Rapport de transmission :

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

Roues coniques :

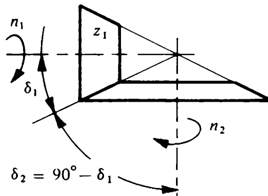


$$n_1 \cdot z_1 = n_2 \cdot z_2$$

ou bien :

$$n_1 \cdot \sin \delta_1 = n_2 \cdot \sin \delta_2$$

Rapport de transmission : $i = \frac{n_1}{n_2}$



Si $\delta_1 + \delta_2 = 90°$, on a :

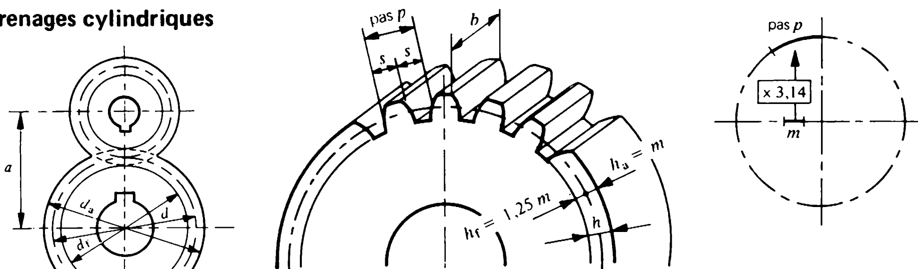
$$n_2 = n_1 \cdot \tan\delta_1$$

$$\tan\delta_1 = \frac{z_1}{z_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \tan\delta_2 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = i$$

n_1, n_3, ... fréquence de rotation des roues menantes
n_2, n_4, ... fréquence de rotation des roues menées
z_1, z_3, ... nombre de dents des roues menantes
z_2, z_4, ... nombre de dents des roues menées
i rapport de transmission
M_1, M_2 moments
δ_1 angle primitif de la roue menante
δ_2 angle primitif de la roue menée

Unités : les grandeurs de même espèce doivent être exprimées avec la même unité.

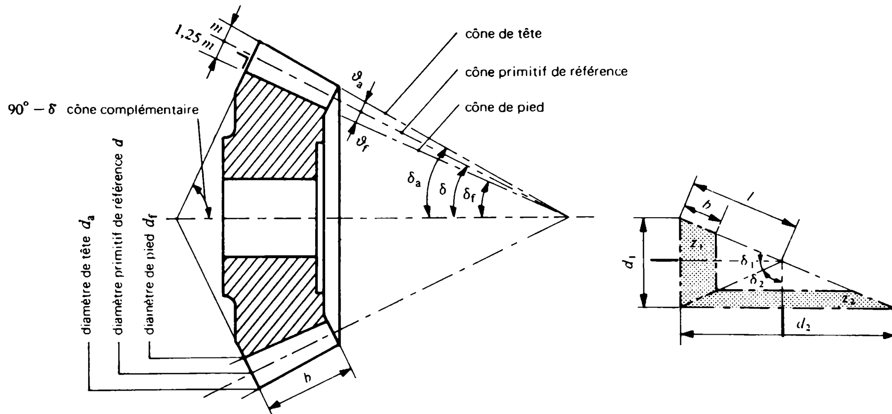
Engrenages cylindriques



Désignation	Symbole	Roue à denture droite	Roue à denture hélicoïdale
	ISO et VSM	p	β, p_n, p_t
module-module réel module apparent	m, m_n m_t	$m = \frac{d}{z} = \frac{p}{\pi} = \frac{d_a}{z+2}$	$m_n = m_t \cdot \cos\beta = \frac{p_n}{\pi}$ $m_t = \frac{d}{z} = \frac{m_n}{\cos\beta}$
pas - pas réel pas apparent	p, p_n p_t	$p = \pi \cdot m$	$p_n = p_t \cdot \cos\beta = \pi \cdot m_n$ $p_t = \pi \cdot m_t = \frac{\pi \cdot d}{z} = \frac{p_n}{\cos\beta}$ *
diamètre primitif de référence diamètre prim. roue menante diamètre prim. roue menée	d d_1 d_2	$d = m \cdot z = d_a - 2m$ $d_1 = \frac{2 \cdot a}{1+i}$ (i = rapport de transmission) $d_2 = \frac{2 \cdot a \cdot i}{1+i}$	$d = m_t \cdot z = \frac{m_n \cdot z}{\cos\beta}$ $d_1 = \frac{2 \cdot a}{1+i}$ $d_2 = \frac{2 \cdot a \cdot i}{1+i}$
diamètre de tête diamètre de pied	d_a d_f	$d_a = d + 2m = m(z+2)$ $d_f = d - 2{,}5m = m(z - 2{,}5)$**	$d_a = d + 2m_n$ $d_f = d - 2{,}5m_n$**
nombre de dents	z	$z = \frac{d}{m}$	$z = \frac{d}{m_t}$
hauteur de la dent saillie (hauteur de tête) creux (hauteur de pied) épaisseur de la dent largeur de denture	h h_a h_f s b	$h = 2m + c = 2{,}25m$ $h_a = m$ $h_f = 1{,}25m$** $s = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot m}{2}$ $b \approx \frac{\text{effort tangentiel en N}}{60\, m}$	$h = 2m_n + c = 2{,}25m_n$ $h_a = m_n$ $h_f = 1{,}25m_n$** $s = \frac{p_n}{2} = \frac{\pi \cdot m_n}{2}$ $b \approx \frac{\text{effort tangentiel en N}}{60\, m_n}$
entraxe	a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m\,(z_1 + z_2)}{2}$	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t\,(z_1 + z_2)}{2}$
angle d'hélice < roue menante roue menée	β_1 β_2		axes parallèles: $\beta_1 = \beta_2 \leqslant 20°$ axes orthogonaux: $\beta_1 + \beta_2 = 90°$ avec $\beta_1 \geqslant \beta_2$

* Valable également pour calculer le pas d'une vis sans fin
** Vide à fond des dents: $c = 0{,}25\, m$ (valeur recommandée par ISO et VSM)

Engrenages coniques à denture droite



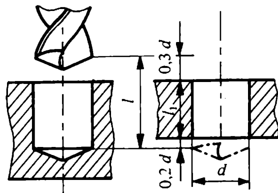
Désignation	Symbole ISO et VSM	Les axes sont perpendiculaires: $\delta_1 + \delta_2 = 90°$
module { mesuré sur le gros bout de la denture	m	$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z}$
pas	p	$p = \pi \cdot m = \frac{\pi \cdot d}{z}$
diamètre primitif de référence	d	$d = m \cdot z = \frac{p \cdot z}{\pi}$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2\,m \cdot \cos\delta = m\,(z + 2\cos\delta)$
nombre de dents	z	$z = \frac{d}{m}$
largeur de denture	b	$b \approx \frac{\text{effort tangentiel en N}}{40\,m}$ mais $b \leqslant \frac{l}{3}$
angle primitif de référence	δ	$\tan\delta_1 = \frac{d_1}{d_2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{n_2}{n_1}$ | $\tan\delta_2 = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2}$ indice impair = roue menante, indice pair = roue menée
angle de tête	δ_a	$\delta_{a1} = \delta_1 + \vartheta_a$ | $\delta_{a2} = \delta_2 + \vartheta_a$ $\tan\delta_{a1} = \frac{z_1 + 2\cdot\cos\delta_1}{z_2 - 2\cdot\sin\delta_1}$ | $\tan\delta_{a2} = \frac{z_2 + 2\cdot\cos\delta_2}{z_1 - 2\cdot\sin\delta_2}$
angle de pied	δ_f	$\delta_{f_1} = \delta_1 - \vartheta_f$ | $\delta_{f2} = \delta_2 - \vartheta_f$
angle de saillie	ϑ_a	$\tan\vartheta_a = \frac{2\cdot\sin\delta_1}{z_1} = \frac{2\cdot\sin\delta_2}{z_2}$
angle de creux	ϑ_f	$\tan\vartheta_f = \frac{2{,}5\cdot\sin\delta_1}{z_1} = \frac{2{,}5\cdot\sin\delta_2}{z_2}$ *

*Vide à fond des dents: $c = 0{,}25\,m$ (valeur recommandée par ISO et VSM)

Calcul à la résistance des matériaux du module d'une denture: $m = 2{,}3\sqrt{\frac{F}{k \cdot \sigma_f}}$

m [mm]
F [N]
σ_f [N/mm²]
$k = \frac{\text{longueur dent}}{\text{module}}$

Perçage



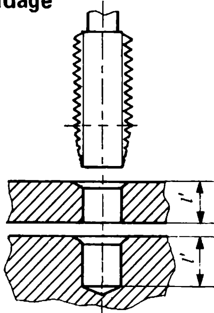
$$t = 1{,}1\,\frac{l \cdot i}{s \cdot n} = 1{,}1\,\frac{l \cdot \pi \cdot d \cdot i}{s \cdot v \cdot 1000}$$

$$l = l_1 + 0{,}3\,d + 0{,}2\,d$$

$$n = \frac{1000\,v}{\pi \cdot d}$$

t	[min]	temps de coupe
l	[mm]	longueur de forage
s	[mm]	avance par tour du foret
n	[tr/min]	fréquence de rotation
d	[mm]	diamètre du foret
v	[m/min]	vitesse de coupe
i		nombre de trous de même diamètre

Taraudage



pour un aller-retour à vitesse constante :

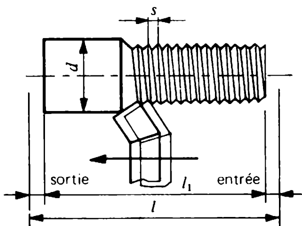
$$t = 2\,\frac{l \cdot i}{s \cdot n} = 2\,\frac{l \cdot \pi \cdot d \cdot i}{s \cdot v \cdot 1000}$$

a) Trous traversants :
l = longueur l' du taraudage + diamètre du taraud

b) Trous borgnes :
l = profondeur de l'avant trou[1]

t	[min]	temps de coupe
l	[mm]	longueur active
s	[mm]	$= p$ pas du taraud
n	[tr/min]	fréquence de rotation
d	[mm]	diamètre du filetage
v	[m/min]	vitesse de coupe
i		= 1 emploi d'un taraud-machine
i		= 3 emplois de 3 tarauds à main

Tournage — alésage

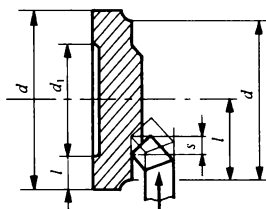


$$t = \frac{l \cdot i}{s \cdot n} = \frac{l \cdot \pi \cdot d \cdot i}{s \cdot v \cdot 1000}$$

$l = l_1$ + entrée et dégagement du burin

t	[min]	temps de coupe
l	[mm]	longueur de tournage
s	[mm]	avance de l'outil par tour de pièce
n	[tr/min]	fréquence de rotation
d	[mm]	diamètre de tournage
v	[m/min]	vitesse de coupe
i		nombre de passes

Dressage des faces



$$t = \frac{l \cdot i}{s \cdot n} = \frac{l \cdot \pi \cdot d_m \cdot i}{s \cdot v \cdot 1000}$$

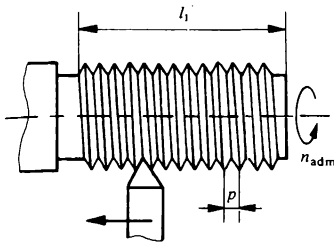
$$l = \frac{d - d_1}{2} + \text{entrée et dégagement}$$

$$d_m = \frac{d + d_1}{2}$$

t	[min]	temps de coupe
l	[mm]	largeur de tournage
s	[mm]	avance par tour
n	[mm]	fréquence de rotation
d_m	[mm]	diamètre moyen
v	[m/min]	vitesse de coupe choisie en fonction du diamètre moyen d_m
i		nombre de passes

1) Voir normes VSM : Extrait pour écoles professionnelles.

Filetage sur tour



$$t = c\,\frac{l \cdot i}{s \cdot n_{adm}}$$

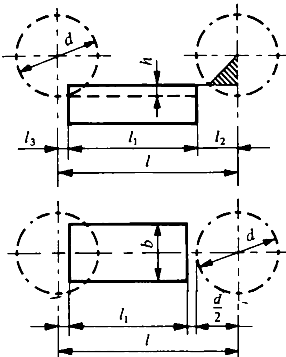
$l = l_1 + 10$

$n_{adm} = \frac{60}{p}$ — pour filetages courts, borgnes, mal dégagés

$n_{adm} \leqslant \frac{500}{p}$ — pour filetages longs et bien dégagés

t	[min]	temps de coupe
l	[mm]	course du burin
s	[mm]	$= p$ pas du filetage
n_{adm}	[tr/min]	fréquence de rotation de la pièce
i		nombre de passes
i	$= 6 \ldots 14$	pour l'ébauche
i	$= 3 \ldots 7$	pour la finition
c	$= 2$	pour retour normal du burin
c	$= 1{,}75$	pour retour rapide du burin

Fraisage



$$a = s \cdot z \cdot n$$

$$\begin{cases} l = l_1 + l_2 + l_3 \\ l_2 = \sqrt{h \cdot d - h^2} + \text{entrée} \end{cases}$$

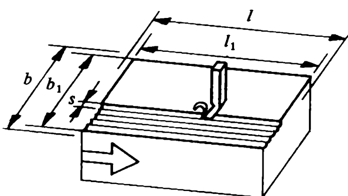
$$t = \frac{l \cdot i}{a}$$

$$l = l_1 + \frac{d}{2} + \text{entrée} + \ldots$$
$$\ldots + \text{dégagement}$$

$$n = \frac{1000\,v}{\pi\,d}$$

t	[min]	temps de coupe
l	[mm]	déplacement de la table
a	[mm/min]	avance de la table
s	[mm]	avance de la table par dent de la fraise
z		nombre de dents de la fraise
n	[tr/min]	fréquence de rotation de la fraise
v	[m/min]	vitesse de coupe de la fraise
i		nombre de passes
h	[mm]	profondeur de passe

Rabotage



a) **à la raboteuse**

$$t = \frac{2 \cdot l \cdot b \cdot i}{s \cdot v_m \cdot 1000}$$

$l = l_1 + (50 \ldots 100)$

$b = b_1 + 5$

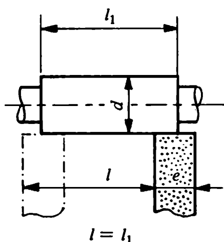
$$v_m = \frac{2 \cdot v \cdot v_r}{v + v_r}$$

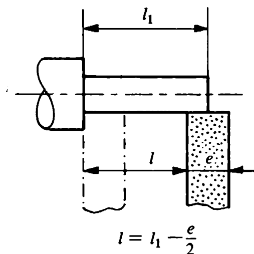
b) **à l'étau-limeur**

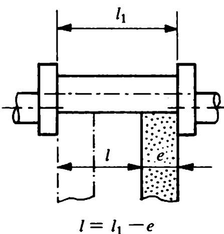
$$t = \frac{b \cdot i}{s \cdot n}$$

t	[min]	temps de coupe
l	[mm]	course de la table
s	[mm]	avance par course aller et retour
b	[mm]	largeur totale de rabotage
v	[m/min]	vitesse de coupe
v_r	[m/min]	vitesse de retour
v_m	[m/min]	vitesse moyenne
i		nombre de passes
n	[1/min]	nombre d'aller et retour du burin par minute

Rectification cylindrique







$$t = c\,\frac{l \cdot i}{s \cdot n}$$

pour l'ébauche : $s = \frac{2}{3}e$

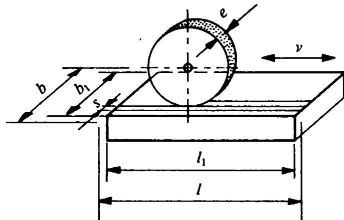
pour la finition : $s = \frac{1}{2}e$

$$i = \frac{h}{h'} + 2 \text{ ou } 4$$

$$n = \frac{1000\,v}{\pi \cdot d}$$

t	[min]	temps de coupe
l	[mm]	longueur de meulage
s	[mm]	avance par tour de la pièce
n	[tr/min]	fréquence de rotation de la pièce
d	[mm]	diamètre de la pièce
v	[m/min]	vitesse circonférentielle de la pièce
h	[mm]	surépaisseur
h'	[mm]	profondeur de fonçage
e	[mm]	largeur de la meule
i		nombre de passes
c	= 1	fonçage à chaque extrémité
c	= 2	fonçages à une seule extrémité

Rectification plane



$$t = c\,\frac{l \cdot b \cdot i}{s \cdot v \cdot 1000}$$

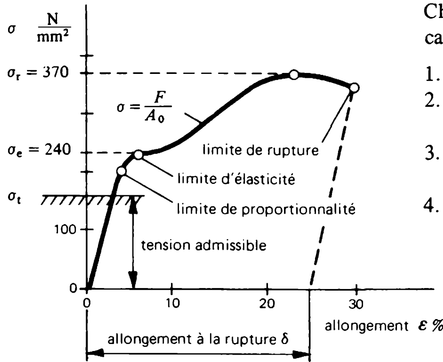
Valeurs de s et de i :
voir rectifiage circulaire

$l = l_1$ + entrée + dégagement

$b = b_1$ + entrée + dégagement + e

t	[min]	temps de coupe
l	[mm]	longueur de meulage
b	[mm]	largeur de meulage
s	[mm]	avance de la table
v	[m/min]	vitesse de la pièce
i		nombre de passes
c	= 1	fonçage à chaque extrémité
c	= 2	fonçages à une seule extrémité

Diagramme de traction



Chaque diagramme de traction fournit les caractéristiques suivantes. Exemple d'un Ac 37 :[1)]

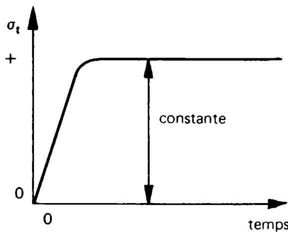
1. Tension de rupture : $\sigma_r = 370$ N/mm²
2. Tension de limite d'élasticité : $\sigma_e = 240$ N/mm²
3. Allongement à la rupture : $\delta = 25\%$
4. Module d'élasticité : $E = 210\,000$ N/mm²

Tension admissible de traction σ_t

Dans toute construction, la tension admissible doit être inférieure à la tension de limite d'élasticité ($\sigma_t < \sigma_e$). Sa valeur numérique se calcule à partir de σ_e ou de σ_r après avoir adopté un coefficient de sécurité k.

Genre de charge

– statique immobile



a) Après lecture de σ_e sur le diagramme de traction ou dans un tableau[1)]

$$\boxed{\sigma_t = \frac{\sigma_e}{k}}$$ $k \approx 1{,}5\ldots2$ ou plus selon le genre de machine à construire

b) Au cas où σ_e n'est pas connu (fonte grise, bois, aciers extra-durs), prendre σ_r :

$$\boxed{\sigma_t = \frac{\sigma_r}{k}}$$ $k \approx 2\ldots3$ ou plus selon le genre de machine à construire

– répétée
– alternée
– variable

} Pour ces genres de charges, le diagramme de traction n'est plus utilisable et la tension admissible ne peut plus se calculer comme ci-dessus. C'est alors la *résistance à la fatique* qui devient déterminante.

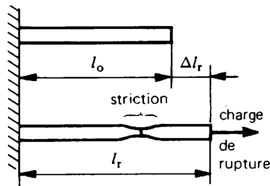
Tensions admissibles pour d'autres cas de sollicitation statique

Compression	Flexion	Cisaillement, torsion	Rupture au cisaillement
Acier		Acier et autres métaux durs	
$\sigma_c = \sigma_t$	$\sigma_f = \sigma_t$	$\tau = 0{,}8\,\sigma_t$	$\tau_r = 0{,}8\,\sigma_r$
Fonte grise		Métaux tendres : Alu, acier extra-doux	
$\sigma_c \approx 3\,\sigma_t$	$\sigma_f = 1{,}5\,\sigma_t$	$\tau = 0{,}5\,\sigma_t$	$\tau_r = 0{,}5\,\sigma_r$

Remarque : certains auteurs expriment l'unité de tension en daN/mm²; l'équivalence avec le système des mécaniciens MKpS s'en trouve facilitée : 1 kp/mm² ≈ 1 daN/mm² (2% d'erreur).

1) Voir normes VSM : Extrait pour écoles professionnelles.
1 kp/mm² ≈ 10 N/mm² = 10 MPa   1 kp/cm² ≈ 0,1 N/mm² = 0,1 MPa   1 N/mm² = 1 MPa

Allongement relatif à la rupture δ

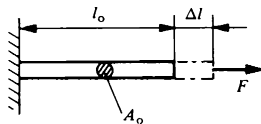


$$\delta = \frac{\Delta l_r}{l_o} \cdot 100$$

$$l_r = l_o + \Delta l_r$$

δ [%] allongement relatif
l_o [mm] longueur primitive
l_r [mm] longueur après rupture
Δl_r [mm] allongement après rupture

Module d'élasticité longitudinale E (module d'Young)



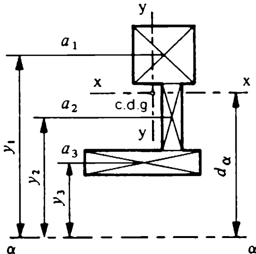
Valable dans la zone de proportionnalité

$$E = \frac{F \cdot l_o}{A_o \cdot \Delta l} \Rightarrow \Delta l = \frac{F \cdot l_o}{A_o \cdot E}$$

E [N/mm²] module d'élasticité
Δl [mm] allongement
F [N] effort déformant
A_o [mm²] section avant l'effort
l_o [mm] longueur avant l'effort

Quelques valeurs numériques de E :	Fer	: 210 000	Aluminium	: 67 500
	Acier	: 200 000...220 000	Plomb	: 18 000
	Acier inox.	: 190 000...195 000	Tungstène	: 400 000
en N/mm²	Fonte	: 60 000...160 000	Bronze pr. ressort	: 115 000
	Cuivre	: 120 000...		

Moment statique M_s d'un profil



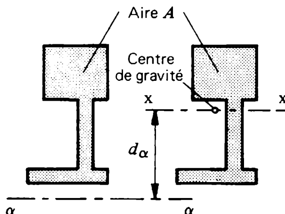
$$M_{s(\alpha)} = \Sigma\,(a \cdot y)$$

Le moment statique permet de calculer la position du centre de gravité (c.d.g.) de la surface.

$$d_\alpha = \frac{M_{s(\alpha)}}{A} \qquad A = \Sigma a$$

M_s [cm³] moment statique
A [cm²] aire totale du profil
a [cm²] aire élémentaire
y [cm] distance du c.d.g. de la surface élémentaire à l'axe α
d_α [cm] distance du c.d.g. de la surface totale A à l'axe α

Moment d'inertie axial I d'un profil



Changement d'axe

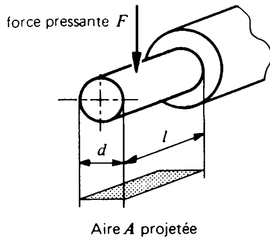
$$I_\alpha = I_x + A d_\alpha^2$$

ou bien

$$I_x = I_\alpha - A d_\alpha^2$$

I_α [cm⁴] moment d'inertie par rapport à l'axe α
I_x [cm⁴] moment d'inertie par rapport à l'axe x
A [cm²] aire du profil
d_α [cm] distance séparant les deux axes

Pression



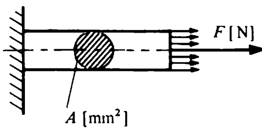
$$\text{Pression} = \frac{\text{force pressante}}{\text{aire projetée}}$$

$$p = \frac{F}{A}$$

p	[N/mm²]	pression
F	[N]	force pressante
A	[mm²]	aire projetée dans la direction de F

Conversion des unités: $1\,\text{N/mm}^2 = 1\,\text{MPa} \approx 10\,\text{kp/cm}^2$
$1\,\text{kp/cm}^2 \approx 0{,}1\,\text{N/mm}^2 = 0{,}1\,\text{MPa}$

Condition de résistance à la traction

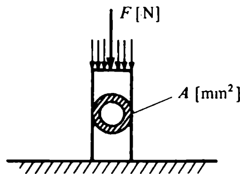


Tension :

$$t = \frac{F}{A} \leqslant \sigma_t$$

σ_t	[N/mm²]	tension admise de traction
F	[N]	effort de traction
A	[mm²]	section droite

Condition de résistance à la compression

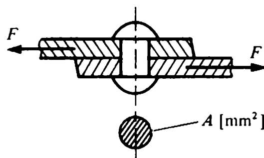


Tension :

$$t = \frac{F}{A} \leqslant \sigma_c$$

σ_c	[N/mm²]	tension admise de compression
F	[N]	effort de compression
A	[mm²]	section droite

Condition de résistance au cisaillement

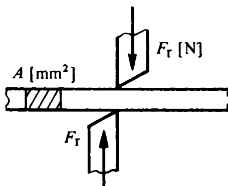


Tension :

$$\theta = \frac{F}{A} \leqslant \tau$$

τ	[N/mm²]	tension admise au cisaillement
F	[N]	effort de cisaillement
A	[mm²]	section cisaillée

Condition de rupture au cisaillement

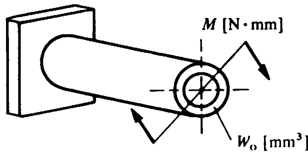


Tension de rupture :

$$\theta_r = \frac{F}{A} \geqslant \tau_r$$

τ_r	[N/mm²]	tension de rupture
F_r	[N]	effort de rupture
A	[mm²]	section de rupture

Condition de résistance à la torsion

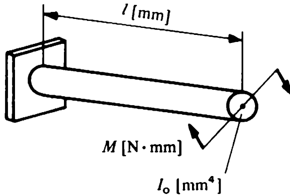


Tension maximum :

$$\theta = \frac{M}{W_o} \leqslant \tau$$

τ	[N/mm²]	tension admissible de glissement
M	[N·mm]	moment de torsion
W_o	[mm³]	module de résistance à la torsion voir tableau page 119

Déformation à la torsion



Angle de torsion :

$$\varphi = \frac{M \cdot l}{I_o \cdot G} \quad \text{[rad]}$$

pour l'acier :

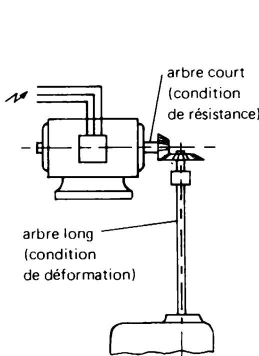
$G = 80\,000$ N/mm²

pour les fontes :

$G = 0{,}35 \ldots 0{,}4\,E$

M	[N·mm]	moment de torsion
l	[mm]	longueur de l'arbre
I_o	[mm⁴]	moment d'inertie polaire de la section voir tableau page 119
G	[N/mm²]	module d'élasticité transversal

Arbres de transmission pleins : formules pratiques



$$d = \sqrt[3]{\frac{5\,M}{\tau}}$$

d	[mm]	diamètre arbre
M	[N·mm]	moment de torsion
τ	[N/mm²]	tension admissible de glissement

Arbres en acier ⇒ $G = 80\,000$ N/mm²

pour φ = 1/4 degré par mètre

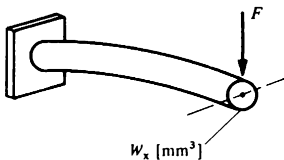
$$d = 129\,\sqrt[4]{\frac{P}{n}} = 2{,}32\,\sqrt[4]{M}$$

pour φ = 1/2 degré par mètre

$$d = 109\,\sqrt[4]{\frac{P}{n}} = 1{,}95\,\sqrt[4]{M}$$

d	[mm]	diamètre arbre
P	[kW]	puissance
n	[tr/min]	fréquence de rotation
M	[N·mm]	moment de torsion

Condition de résistance à la flexion



Tension maximum :

$$t = \frac{M_f\ \max}{W_x} \leqslant \sigma_f$$

Déformation à la flexion (flèche) : voir le tableau récapitulatif p. 120

$$W_x = \frac{I_x}{v}$$

σ_f	[N/mm²]	tension admise de flexion
M_f max	[N·mm]	moment fléchissant maximum. Voir tableau page 120
W_x	[mm³]	module de résistance à la flexion
v	[mm]	Voir tableau page 119
I_x	[mm⁴]	Moment d'inertie axial

Tableau récapitulatif

Section	Moment d'inertie axial I		Moment d'inertie polaire I_0	Module de résistance à la flexion W	Module de résistance à la torsion W_0
Rectangle	$I_x = \frac{bh^3}{12}$	$I_\alpha = \frac{bh^3}{3}$	$I_0 = c_1 hb^3$	$W_x = \frac{bh^2}{6}$	$W_0 = \frac{c_1}{c_2} hb^2$
	$I_y = \frac{hb^3}{12}$	$I_\beta = \frac{hb^3}{3}$	c_1 et c_2 sont définis à partir du rapport $n = h/b$ 1)	$W_y = \frac{hb^2}{6}$	
Carré	$I_x = I_y = \frac{a^4}{12}$		$I_0 = 0{,}141 a^4$	$W_x = \frac{a^3}{6}$	$W_0 = 0{,}208 a^3$
Triangle	$I_x = \frac{ah^3}{36}$	$I_\alpha = \frac{ah^3}{4}$		$W_x = \frac{ah^2}{24}$	
		$I_\beta = \frac{ah^3}{12}$			
Disque	$I_x = \frac{\pi d^4}{64}$		$I_0 = \frac{\pi d^4}{32}$	$W_x = \frac{\pi d^3}{32}$	$W_0 = \frac{\pi d^3}{16}$
	$I_x \approx 0{,}05\, d^4$		$I_0 \approx 0{,}1\, d^4$	$W_x \approx 0{,}1\, d^3$	$W_0 \approx 0{,}2\, d^3$
Couronne	$I_x = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)$		$I_0 = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$	$W_x = \frac{\pi}{32}\frac{D^4 - d^4}{D}$	$W_0 = \frac{\pi}{16}\frac{D^4 - d^4}{D}$
	$I_x \approx 0{,}05(D^4 - d^4)$		$I_0 \approx 0{,}1(D^4 - d^4)$	$W_x \approx 0{,}1 \frac{D^4 - d^4}{D}$	$W_0 \approx 0{,}2 \frac{D^4 - d^4}{D}$
Demi-disque $d = 0{,}4244 R$	$I_x = 0{,}1098\, R^4$			$W_x = 0{,}1908\, R^3$	

1)

$n = h/b$	1	1,5	2	3	4	6	8	10	∞
c_1	0,141	0,196	0,229	0,263	0,281	0,298	0,307	0,312	0,333
c_2	0,675	0,852	0,928	0,977	0,990	0,997	0,999	1,000	1,000

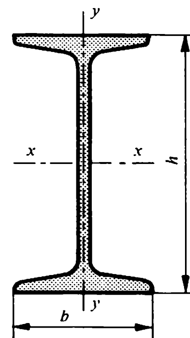
Tableau récapitulatif (poutres à section constante)

Mode d'application des charges	Réactions d'appuis R_A et R_B [N]	Moment fléchissant max. Mf_{max} [N × m]	Flèche maximum f_{max} [mm]
l, B, A, F, f	$R_B = F$	$Mf_{max} = F \cdot l$	$f_{max} = \frac{F \cdot l^3}{3EI}$
l, q, B, A, f	$R_B = q \cdot l$	$Mf_{max} = \frac{q \cdot l^2}{2}$	$f_{max} = \frac{q \cdot l^4}{8000\,EI}$
l, $\frac{l}{2}$, $\frac{l}{2}$, A, f, B, F	$R_A = R_B = \frac{F}{2}$	$Mf_{max} = \frac{F \cdot l}{4}$	$f_{max} = \frac{Fl^3}{48\,EI}$
l, l_1, l_2, A, f, B, F	$R_A = F\frac{l_2}{l}$ $R_B = F\frac{l_1}{l}$	$Mf_{max} = F\,\frac{l_1 \cdot l_2}{l}$	$f_{max} = \frac{F \cdot l_1^2 \cdot l_2^2}{3\,EI\,l}$
l, l_1, l_1, A, f, B, F, F	$R_A = R_B = F$	$Mf_{max} = F \cdot l_1$ Constant entre les forces F	$f_{max} = \frac{Fl_1}{6EI}\left(\frac{3}{4}l^2 - l_1^2\right)$
l, l_1, l_2, l_1, f_1, f_2, A, B, F, F	$R_A = R_B = F$	$Mf_{max} = F \cdot l_1$ Constant entre A et B	$f_1 = \frac{F \cdot l_1 \cdot l_2^2}{8\,EI}$ $f_2 = \frac{F \cdot l_1^2}{3EI}\left(l_1 + \frac{3\,l_2}{2}\right)$
l, q, A, f, B	$R_A = R_B = \frac{q \cdot l}{2}$	$Mf_{max} = \frac{q \cdot l^2}{8}$	$f_{max} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384\,000 \cdot EI}$

F	[N]	charge locale
q	[N/m]	charge uniformément répartie par mètre
l		longueur totale de la poutre { en [m] pour calculer Mf_{max}, 2ème colonne; en [mm] pour calculer f_{max}, 3ème colonne
E	[N/mm²]	module d'élasticité longitudinale
I	[mm⁴]	moment d'inertie axial

Poutrelles I normales (abréviation courante I PN)

Désignation I	hauteur h [mm]	largeur b [mm]	section A [cm²]	poids [N/m]	Axe neutre $x-x$: I_x [cm⁴]	Axe neutre $x-x$: W_x [cm³]	Axe neutre $y-y$: I_y [cm⁴]	Axe neutre $y-y$: W_y [cm³]	Désignation I
4½	45	35	4,7	37,7	15,3	6,8	3,6	2,0	4½
6	60	40	5,9	45,1	34,1	11,4	5,9	3,0	6
8	80	42	7,58	53,3	77,8	19,5	6,29	3,00	8
10	100	50	10,6	81,6	171	34,2	12,2	4,88	10
12	120	58	14,2	110	328	54,7	21,5	7,41	12
14	140	66	18,3	141	573	81,9	35,2	10,7	14
15	150	70	20,3	157	735	98,0	43,9	12,5	15
16	160	74	22,8	176	935	117	54,7	14,8	16
18	180	82	27,9	215	1 450	161	81,3	19,8	18
20	200	90	33,5	258	2 140	214	117	26,0	20
22	220	98	39,6	305	3 060	278	162	33,1	22
24	240	106	46,1	355	4 250	354	221	41,7	24
25	250	110	49,7	383	4 970	397	256	46,5	25
26	260	113	53,4	411	5 740	442	288	51,0	26
28	280	119	61,1	471	7 590	542	364	61,2	28
30	300	125	69,1	532	9 800	653	451	72,2	30
32	320	131	77,8	600	12 510	782	555	84,7	32
34	340	137	86,8	668	15 700	923	674	98,4	34
36	360	143	97,1	747	19 610	1090	818	114	36
38	380	149	107	824	24 010	1260	975	131	38
40	400	155	118	908	29 210	1460	1160	149	40
42½	425	163	132	1020	36 970	1740	1440	176	42½
45	450	170	147	1130	45 850	2040	1730	203	45
50	500	185	180	1380	68 740	2750	2480	268	50
55	550	200	213	1640	99 180	3610	3490	349	55
60	600	215	254	1950	139 000	4630	4670	434	60



Poutrelle I pour charpentes

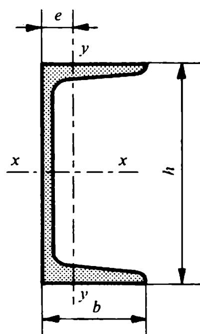
14	140	60	11,7	8,99	365	52,2	15,6	5,21	14

Fers U normaux (abréviation courante [PN)

Dési-gna-tion [	hau-teur h [mm]	lar-geur b [mm]	c.d.g. e [mm]	section A [cm²]	poids [N/m]	Axe neutre $x-x$ I_x [cm⁴]	W_x [cm³]	Axe neutre $y-y$ I_y [cm⁴]	W_y [cm³]
8	80	45	14,5	11,0	84,7	106	26,5	19,4	6,36
10	100	50	15,5	13,5	104	206	41,2	29,3	8,49
12	120	55	16,0	17,0	131	364	60,7	43,2	11,1
14	140	60	17,5	20,4	157	605	86,4	62,7	14,8
16	160	65	18,4	24,0	184	925	116	85,3	18,3
18	180	70	19,2	28,0	216	1 350	150	114	22,4
20	200	75	20,1	32,2	248	1 910	191	148	27,0
22	220	80	21,4	37,4	288	2 690	245	197	33,6
24	240	85	22,3	42,3	325	3 600	300	248	39,6
26	260	90	23,6	48,3	372	4 820	371	317	47,7
28	280	95	25,3	53,3	410	6 280	448	399	57,2
30	300	100	27,0	58,8	453	8 030	535	495	67,8
32	320	100	26,0	75,8	583	10 870	679	597	80,6
35	350	100	24,0	77,3	594	12 840	734	570	75,0
38	381	102	23,5	79,7	613	15 730	826	613	78,4
40	400	110	26,5	91,5	704	20 350	1 020	846	102

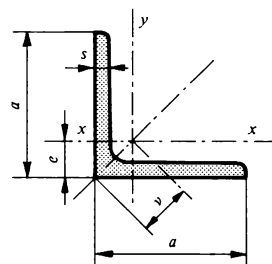
Fer U pour charpentes

14	140	40	10,2	9,90	76,3	285	40,6	12,5	4,21



Cornières à ailes égales

Désignation L $a \times a \times s$ [mm]	c.d.g. e [mm]	c.d.g. v [mm]	sect. A [cm²]	poids [N/m]	Axe neutre $(x-x) = (y-y)$ I_x [cm⁴]	W_x [cm³]
30 × 30 × 3	8,4	11,8	1,74	13,3	1,41	0,65
4	8,9	12,4	2,27	17,5	1,81	0,86
5	9,2	13,0	2,78	21,4	2,16	1,04
40 × 40 × 4	11,2	15,8	3,08	23,7	4,48	1,56
5	11,6	16,4	3,79	29,1	5,43	1,91
6	12,0	17,0	4,48	34,5	6,33	2,26
50 × 50 × 5	14	19,8	4,80	37	11,0	3,05
6	14,5	20,4	5,69	43,9	12,8	3,61
7	14,9	21,1	6,56	50,5	14,6	4,15
9	15,6	22,1	8,24	63,5	17,9	5,20
60 × 60 × 6	16,9	23,9	6,91	53,2	22,8	5,29
8	17,7	25,0	9,03	69,6	29,1	6,88
10	18,5	26,2	11,1	85,3	34,9	8,41
70 × 70 × 7	19,7	27,9	9,40	72,4	42,4	8,43
9	20,5	29,0	11,9	91,6	52,6	10,6
11	21,3	30,1	14,3	110	61,8	12,7
80 × 80 × 8	22,6	32,0	12,3	94,8	72,3	12,6
10	23,4	33,1	15,1	117	87,5	15,5
12	24,1	34,1	17,9	138	102,0	18,2
14	24,8	35,1	20,6	158	115,0	20,8
90 × 90 × 9	25,4	35,9	15,5	120	116,0	18,0
11	26,2	37,0	18,7	144	138,0	21,6
13	27,0	38,1	21,8	168	158,0	25,1
100 × 100 × 10	28,2	39,9	19,2	148	177,0	24,7
12	29,0	41,0	22,7	175	207,0	29,2
14	29,8	42,1	26,2	199	235,0	33,5
120 × 120 × 11	33,6	47,5	25,4	195	341,0	39,5
13	34,4	48,6	29,7	228	394,0	46,0
15	35,1	49,6	33,9	261	446,0	52,5



Exemples d'utilisation des tables numériques, pages 125 à 134

Facteurs	$\frac{182}{455} = \frac{2 \times 7 \times 13}{5 \times 7 \times 13} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$ $\quad \frac{\pi \times 28}{198} \approx \frac{22}{7} \times \frac{28}{198} = \frac{2 \times 11 \times 2^2 \times 7}{7 \times 2 \times 3^2 \times 11} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{9}}$
$d \rightarrow \pi \cdot d$	$\pi \times 27 = \mathbf{84{,}823}$ $\quad \pi \times 27{,}6 = \pi \times 27\boxed{6} \times 10^{-1} = 867{,}08 \times 10^{-1} = \mathbf{86{,}708}$
$\pi \cdot d \rightarrow d$	$\pi \cdot d = 54{,}6 \rightarrow d = \mathbf{17}, \ldots$ Pour obtenir une décimale de plus, on écrira : $\pi \cdot d = 54{,}6 = 54\boxed{6} \times 10^{-1} \rightarrow d = 174 \times 10^{-1} = \mathbf{17{,}4}$ $\pi \cdot d = 297{,}5 \rightarrow d = \mathbf{94}, \ldots$ Pour obtenir une décimale de plus, on écrira : $\pi \cdot d = 297{,}5 = 2975 \times 10^{-1} \rightarrow d = 947 \times 10^{-1} = \mathbf{94{,}7}$
$d \rightarrow \frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\frac{\pi \times 27^2}{4} = \mathbf{572{,}555}$ $\quad \frac{\pi \times 27{,}6^2}{4} = \frac{\pi \times 276^2}{4} 10^{-2} = 59\,828{,}5 \times 10^{-2} = \mathbf{598{,}285}$
$\frac{\pi \cdot d^2}{4} \rightarrow d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4} = 839{,}82 \rightarrow d = \mathbf{32}, \ldots$ Pour obtenir une décimale de plus, on écrira : $\frac{\pi \cdot d^2}{4} = 839{,}82 = 83\,9\boxed{82} \times 10^{-2} \rightarrow d = 327 \times 10^{-1} = \mathbf{32{,}7}$
$n \rightarrow \sqrt{n}$	$\sqrt{13\,924} = \mathbf{118}$ $\sqrt{1392{,}4} = \mathbf{37}, \ldots$ Pour obtenir une décimale de plus, on écrira : $\sqrt{1392{,}4} = \sqrt{139\,2\boxed{40}} \times 10^{-2} = 10^{-1}\sqrt{139\,240} = 10^{-1} \times 373 = \mathbf{37{,}3}$ $\sqrt{139{,}24} = \sqrt{13\,9\boxed{24}} \times 10^{-2} = 10^{-1}\sqrt{13\,924} = 10^{-1} \times 118 = \mathbf{11{,}8}$ $\sqrt{13{,}924} = \sqrt{13\boxed{92}\boxed{40}} \times 10^{-4} = 10^{-2}\sqrt{139\,240} = 10^{-2} \times 373 = \mathbf{3{,}73}$

Logarithmes: pages 135 ... 136

Multiplication

$c = a \cdot b \iff \log c = \log a + \log b$

253 × 312 → 2,403 12 + 2,494 15 = 4,897 27 → = 78 936,.

Puissance

$N = a^n \iff \log N = n \cdot \log a$

9^4 → 0,954 24 × 4 = 3,816 96 → = 6 561

Division

$c = a : b \iff \log c = \log a - \log b$

480 : 6 → 2,681 24 − 0,778 15 = 1,903 09 → = 80

Racine

$R = \sqrt[n]{a} \iff \log R = \frac{\log a}{n}$

$\sqrt[3]{72}$ → 1,857 33 : 3 = 0,619 11 → = 4,160 2

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
1	—	3,142	0, 78 54	1
2	—	6,283	3, 14 16	1,4142
3	—	9,425	7, 06 86	7321
4	2^2	12,566	12, 56 64	2
5	—	15,708	19, 63 50	2,2361
6	2×3	18,850	28, 27 43	4495
7	—	21,991	38, 48 45	6458
8	2^3	25,133	50, 26 55	8284
9	3^2	28,274	63, 61 73	3
10	2×5	31,416	78, 53 98	3,1623
11	—	34,558	95, 03 32	3166
12	$2^2 \times 3$	37,699	1 13, 09 7	4641
13	—	40,841	1 32, 73 2	6056
14	2×7	43,982	1 53, 93 8	7417
15	3×5	47,124	1 76, 71 5	8730
16	2^4	50,265	2 01, 06 2	4
17	—	53,407	2 26, 98 0	4,1231
18	2×3^2	56,549	2 54, 46 9	2426
19	—	59,690	2 83, 52 9	3589
20	$2^2 \times 5$	62,832	3 14, 15 9	4721
21	3×7	65,973	3 46, 36 1	5826
22	2×11	69,115	3 80, 13 3	6904
23	—	72,257	4 15, 47 6	7958
24	$2^3 \times 3$	75,398	4 52, 38 9	8990
25	5^2	78,540	4 90, 87 4	5
26	2×13	81,681	5 30, 92 9	5,0990
27	3^3	84,823	5 72, 55 5	1962
28	$2^2 \times 7$	87,965	6 15, 75 2	2915
29	—	91,106	6 60, 52 0	3852
30	$2 \times 3 \times 5$	94,248	7 06, 85 8	4772
31	—	97,389	7 54, 76 8	5678
32	2^5	100,53	8 04, 24 8	6569
33	3×11	103,67	8 55, 29 9	7446
34	2×17	106,81	9 07, 92 0	8310
35	5×7	109,96	9 62, 11 3	9161
36	$2^2 \times 3^2$	113,10	10 17, 88	6
37	—	116,24	10 75, 21	6,0828
38	2×19	119,38	11 34, 11	1644
39	3×13	122,52	11 94, 59	2450
40	$2^3 \times 5$	125,66	12 56, 64	3246
41	—	128,81	13 20, 25	4031
42	$2 \times 3 \times 7$	131,95	13 85, 44	4807
43	—	135,09	14 52, 20	5574
44	$2^2 \times 11$	138,23	15 20, 53	6332
45	$3^2 \times 5$	141,37	15 90, 43	7082
46	2×23	144,51	16 61, 90	7823
47	—	147,65	17 34, 94	8557
48	$2^4 \times 3$	150,80	18 09, 56	9282
49	7^2	153,94	18 85, 74	7
50	2×5^2	157,08	19 63, 50	7,0711

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
50	2×5^2	157,08	19 63, 50	7,0711
51	3×17	160,22	20 42, 82	1414
52	$2^2 \times 13$	163,36	21 23, 72	2111
53	—	166,50	22 06, 18	2801
54	2×3^3	169,65	22 90, 22	3485
55	5×11	172,79	23 75, 83	4162
56	$2^3 \times 7$	175,93	24 63, 01	4833
57	3×19	179,07	25 51, 76	5498
58	2×29	182,21	26 42, 08	6158
59	—	185,35	27 33, 97	6811
60	$2^2 \times 3 \times 5$	188,50	28 27, 43	7460
61	—	191,64	29 22, 47	8102
62	2×31	194,78	30 19, 07	8740
63	$3^2 \times 7$	197,92	31 17, 25	9373
64	2^6	201,06	32 16, 99	8
65	5×13	204,20	33 18, 31	8,0623
66	$2 \times 3 \times 11$	207,35	34 21, 19	1240
67	—	210,49	35 25, 65	1854
68	$2^2 \times 17$	213,63	36 31, 68	2462
69	3×23	216,77	37 39, 28	3066
70	$2 \times 5 \times 7$	219,91	38 48, 45	3666
71	—	223,05	39 59, 19	4261
72	$2^3 \times 3^2$	226,19	40 71, 50	4853
73	—	229,34	41 85, 39	5440
74	2×37	232,48	43 00, 84	6023
75	3×5^2	235,62	44,17, 86	6603
76	$2^2 \times 19$	238,76	45 36, 46	7178
77	7×11	241,90	46 56, 63	7750
78	$2 \times 3 \times 13$	245,04	47 78, 36	8318
79	—	248,19	49 01, 67	8882
80	$2^4 \times 5$	251,33	50 26, 55	9443
81	3^4	254,47	51 53, 00	9
82	2×41	257,61	52 81, 02	9,0554
83	—	260,75	54 10, 61	1104
84	$2^2 \times 3 \times 7$	263,89	55 41, 77	1652
85	5×17	267,04	56 74, 50	2195
86	2×43	270,18	58 08, 80	2736
87	3×29	273,32	59 44, 68	3274
88	$2^3 \times 11$	276,46	60 82, 12	3808
89	—	279,60	62 21, 14	4340
90	$2 \times 3^2 \times 5$	282,74	63 61, 73	4868
91	7×13	285,88	65 03, 88	5394
92	$2^2 \times 23$	289,03	66 47, 61	5917
93	3×31	292,17	67 92, 91	6437
94	2×47	295,31	69 39, 78	6954
95	5×19	298,45	70 88, 22	7468
96	$2^5 \times 3$	301,59	72 38, 23	7980
97	—	304,73	73 89, 81	8489
98	2×7^2	307,88	75 42, 96	8995
99	$3^2 \times 11$	311,02	76 97, 69	9499
100	$2^2 \times 5^2$	314,16	78 53, 98	10

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
100	$2^2 \times 5^2$	314,16	78 53, 98	10
101	—	317,30	80 11, 85	10,0499
102	$2 \times 3 \times 17$	320,44	81 71, 28	0995
103	—	323,58	83 32, 29	1489
104	$2^3 \times 13$	326,73	84 94, 87	1980
105	$3 \times 5 \times 7$	329,87	86 59, 01	2470
106	2×53	333,01	88 24, 73	2956
107	—	336,15	89 92, 02	3441
108	$2^2 \times 3^3$	339,29	91 60, 88	3923
109	—	342,43	93 31, 32	4403
110	$2 \times 5 \times 11$	345,58	95 03, 32	4881
111	3×37	348,72	96 76, 89	5357
112	$2^4 \times 7$	351,86	98 52, 03	5830
113	—	355,00	1 00 28, 7	6301
114	$2 \times 3 \times 19$	358,14	1 02 07, 0	6771
115	5×23	361,28	1 03 86, 9	7238
116	$2^2 \times 29$	364,42	1 05 68, 3	7703
117	$3^2 \times 13$	367,57	1 07 51, 3	8167
118	2×59	370,71	1 09 35, 9	8628
119	7×17	373,85	1 11 22, 0	9087
120	$2^3 \times 3 \times 5$	376,99	1 13 09, 7	9545
121	11^2	380,13	1 14 99, 0	11
122	2×61	383,27	1 16 89, 9	11,0454
123	3×41	386,42	1 18 82, 3	0905
124	$2^2 \times 31$	389,56	1 20 76, 3	1355
125	5^3	392,70	1 22 71, 8	1803
126	$2 \times 3^2 \times 7$	395,84	1 24 69, 0	2250
127	—	398,98	1 26 67, 7	2694
128	2^7	402,12	1 28 68, 0	3137
129	3×43	405,27	1 30 69, 8	3578
130	$2 \times 5 \times 13$	408,41	1 32 73, 2	4018
131	—	411,55	1 34 78, 2	4455
132	$2^2 \times 3 \times 11$	414,69	1 36 84, 8	4891
133	7×19	417,83	1 38 92, 9	5326
134	2×67	420,97	1 41 02, 6	5758
135	$3^3 \times 5$	424,12	1 43 13, 9	6190
136	$2^3 \times 17$	427,26	1 45 26, 7	6619
137	—	430,40	1 47 41, 1	7047
138	$2 \times 3 \times 23$	433,54	1 49 57, 1	7473
139	—	436,68	1 51 74, 7	7898
140	$2^2 \times 5 \times 7$	439,82	1 53 93, 8	8322
141	3×47	442,96	1 56 14, 5	8743
142	2×71	446,11	1 58 36, 8	9164
143	11×13	449,25	1 60 60, 6	9583
144	$2^4 \times 3^2$	452,39	1 62 86, 0	12
145	5×29	455,53	1 65 13, 0	12,0416
146	2×73	458,67	1 67 41, 5	0830
147	3×7^2	461,81	1 69 71, 7	1244
148	$2^2 \times 37$	464,96	1 72 03, 4	1655
149	—	468,10	1 74 36, 6	2066
150	$2 \times 3 \times 5^2$	471,24	1 76 71, 5	2474

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
150	$2 \times 3 \times 5^2$	471,24	1 76 71,5	12,2474
151	—	474,38	1 79 07,9	2882
152	$2^3 \times 19$	477,52	1 81 45,8	3288
153	$3^2 \times 17$	480,66	1 83 85,4	3693
154	$2 \times 7 \times 11$	483,81	1 86 26,5	4097
155	5×31	486,95	1 88 69,2	4499
156	$2^2 \times 3 \times 13$	490,09	1 91 13,4	4900
157	—	493,23	1 93 59,3	5300
158	2×79	496,37	1 96 06,7	5698
159	3×53	499,51	1 98 55,7	6095
160	$2^5 \times 5$	502,65	2 01 06,2	6491
161	7×23	505,80	2 03 58,3	6886
162	2×3^4	508,94	2 06 12,0	7279
163	—	512,08	2 08 67,2	7671
164	$2^2 \times 41$	515,22	2 11 24,1	8062
165	$3 \times 5 \times 11$	518,36	2 13 82,5	8452
166	2×83	521,50	2 16 42,4	8841
167	—	524,65	2 19 04,0	9228
168	$2^3 \times 3 \times 7$	527,79	2 21 67,1	9615
169	13^2	530,93	2 24 31,8	13
170	$2 \times 5 \times 17$	534,07	2 26 98,0	13,0384
171	$3^2 \times 19$	537,21	2 29 65,8	0767
172	$2^2 \times 43$	540,35	2 32 35,2	1149
173	—	543,50	2 35 06,2	1529
174	$2 \times 3 \times 29$	546,64	2 37 78,7	1909
175	$5^2 \times 7$	549,78	2 40 52,8	2288
176	$2^4 \times 11$	552,92	2 43 28,5	2665
177	3×59	556,06	2 46 05,7	3041
178	2×89	559,20	2 48 84,6	3417
179	—	562,35	2 51 64,9	3791
180	$2^2 \times 3^2 \times 5$	565,49	2 54 46,9	4164
181	—	568,63	2 57 30,4	4536
182	$2 \times 7 \times 13$	571,77	2 60 15,5	4907
183	3×61	574,91	2 63 02,2	5277
184	$2^3 \times 23$	578,05	2 65 90,4	5647
185	5×37	581,19	2 68 80,3	6015
186	$2 \times 3 \times 31$	584,34	2 71 71,6	6382
187	11×17	587,48	2 74 64,6	6748
188	$2^2 \times 47$	590,62	2 77 59,1	7113
189	$3^3 \times 7$	593,76	2 80 55,2	7477
190	$2 \times 5 \times 19$	596,90	2 83 52,9	7840
191	—	600,04	2 86 52,1	8203
192	$2^6 \times 3$	603,19	2 89 52,9	8564
193	—	606,33	2 92 55,3	8924
194	2×97	609,47	2 95 59,2	9284
195	$3 \times 5 \times 13$	612,61	2 98 64,8	9642
196	$2^2 \times 7^2$	615,75	3 01 71,9	14
197	—	618,89	3 04 80,5	14,0357
198	$2 \times 3^2 \times 11$	622,04	3 07 90,7	0712
199	—	625,18	3 11 02,6	1067
200	$2^3 \times 5^2$	628,32	3 14 15,9	1421

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
200	$2^3 \times 5^2$	628,32	3 14 15,9	14,1421
201	3×67	631,46	3 17 30,9	1774
202	2×101	634,60	3 20 47,4	2127
203	7×29	637,74	3 23 65,5	2478
204	$2^2 \times 3 \times 17$	640,88	3 26 85,1	2829
205	5×41	644,03	3 30 06,4	3178
206	2×103	647,17	3 33 29,2	3527
207	$3^2 \times 23$	650,31	3 36 53,5	3875
208	$2^4 \times 13$	653,45	3 39 79,5	4222
209	11×19	656,59	3 43 07,0	4568
210	$2 \times 3 \times 5 \times 7$	659,73	3 46 36,1	4914
211	—	662,88	3 49 66,7	5258
212	$2^2 \times 53$	666,02	3 52 98,9	5602
213	3×71	669,16	3 56 32,7	5945
214	2×107	672,30	3 59 68,1	6287
215	5×43	675,44	3 63 05,0	6629
216	$2^3 \times 3^3$	678,58	3 66 43,5	6969
217	7×31	681,73	3 69 83,6	7309
218	2×109	684,87	3 73 25,3	7648
219	3×73	688,01	3 76 68,5	7986
220	$2^2 \times 5 \times 11$	691,15	3 80 13,3	8324
221	13×17	694,29	3 83 59,6	8661
222	$2 \times 3 \times 37$	697,43	3 87 07,6	8997
223	—	700,58	3 90 57,1	9332
224	$2^5 \times 7$	703,72	3 94 08,1	9666
225	$3^2 \times 5^2$	706,86	3 97 60,8	15
226	2×113	710,00	4 01 15,0	15,0333
227	—	713,14	4 04 70,8	0665
228	$2^2 \times 3 \times 19$	716,28	4 08 28,1	0997
229	—	719,42	4 11 87,1	1327
230	$2 \times 5 \times 23$	722,57	4 15 47,6	1658
231	$3 \times 7 \times 11$	725,71	4 19 09,6	1987
232	$2^3 \times 29$	728,85	4 22 73,3	2315
233	—	731,99	4 26 38,5	2643
234	$2 \times 3^2 \times 13$	735,13	4 30 05,3	2971
235	5×47	738,27	4 33 73,6	3297
236	$2^2 \times 59$	741,42	4 37 43,5	3623
237	3×79	744,56	4 41 15,0	3948
238	$2 \times 7 \times 17$	747,70	4 44 88,1	4272
239	—	750,84	4 48 62,7	4596
240	$2^4 \times 3 \times 5$	753,98	4 52 38,9	4919
241	—	757,12	4 56 16,7	5242
242	2×11^2	760,27	4 59 96,1	5563
243	3^5	763,41	4 63 77,0	5885
244	$2^2 \times 61$	766,55	4 67 59,5	6205
245	5×7^2	769,69	4 71 43,5	6525
246	$2 \times 3 \times 41$	772,83	4 75 29,2	6844
247	13×19	775,97	4 79 16,4	7162
248	$2^3 \times 31$	779,11	4 83 05,1	7480
249	3×83	782,26	4 86 95,5	7797
250	2×5^3	785,40	4 90 87,4	8114

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
250	2×5^3	785,40	4 90 87,4	15,8114
251	—	788,54	4 94 80,9	8430
252	$2^2 \times 3^2 \times 7$	791,68	4 98 75,9	8745
253	11×23	794,82	5 02 72,6	9060
254	2×127	797,96	5 06 70,7	9374
255	$3 \times 5 \times 17$	801,11	5 10 70,5	9687
256	2^8	804,25	5 14 71,9	16
257	—	807,39	5 18 74,8	16,0312
258	$2 \times 3 \times 43$	810,53	5 22 79,2	0624
259	7×37	813,67	5 26 85,3	0935
260	$2^2 \times 5 \times 13$	816,81	5 30 92,9	1245
261	$3^2 \times 29$	819,96	5 35 02,1	1555
262	2×131	823,10	5 39 12,9	1864
263	—	826,24	5 43 25,2	2173
264	$2^3 \times 3 \times 11$	829,38	5 47 39,1	2481
265	5×53	832,52	5 51 54,6	2788
266	$2 \times 7 \times 19$	835,66	5 55 71,6	3095
267	3×89	838,81	5 59 90,2	3401
268	$2^2 \times 67$	841,95	5 64 10,4	3707
269	—	845,09	5 68 32,2	4012
270	$2 \times 3^3 \times 5$	848,23	5 72 55,5	4317
271	—	851,37	5 76 80,4	4621
272	$2^4 \times 17$	854,51	5 81 06,9	4924
273	$3 \times 7 \times 13$	857,65	5 85 34,9	5227
274	2×137	860,80	5 89 64,6	5529
275	$5^2 \times 11$	863,94	5 93 95,7	5831
276	$2^2 \times 3 \times 23$	867,08	5 98 28,5	6132
277	—	870,22	6 02 62,8	6433
278	2×139	873,36	6 06 98,7	6733
279	$3^2 \times 31$	876,50	6 11 36,2	7033
280	$2^3 \times 5 \times 7$	879,65	6 15 75,2	7332
281	—	882,79	6 20 15,8	7631
282	$2 \times 3 \times 47$	885,93	6 24 58,0	7929
283	—	889,07	6 29 01,8	8226
284	$2^2 \times 71$	892,21	6 33 47,1	8523
285	$3 \times 5 \times 19$	895,35	6 37 94,0	8819
286	$2 \times 11 \times 13$	898,50	6 42 42,4	9115
287	7×41	901,64	6 46 92,5	9411
288	$2^5 \times 3^2$	904,78	6 51 44,1	9706
289	17^2	907,92	6 55 97,2	17
290	$2 \times 5 \times 29$	911,06	6 60 52,0	17,0294
291	3×97	914,20	6 65 08,3	0587
292	$2^2 \times 73$	917,35	6 69 66,2	0880
293	—	920,49	6 74 25,6	1172
294	$2 \times 3 \times 7^2$	923,63	6 78 86,7	1464
295	5×59	926,77	6 83 49,3	1756
296	$2^3 \times 37$	929,91	6 88 13,4	2047
297	$3^3 \times 11$	933,05	6 92 79,2	2337
298	2×149	936,19	6 97 46,5	2627
299	13×23	939,34	7 02 15,4	2916
300	$2^2 \times 3 \times 5^2$	942,48	7 06 85,8	3205

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
300	$2^2 \times 3 \times 5^2$	942,48	7 06 85,8	17,3205
301	7 x 43	945,62	7 11 57,9	3494
302	2 x 151	948,76	7 16 31,5	3781
303	3 x 101	951,90	7 21 06,6	4069
304	$2^4 \times 19$	955,04	7 25 83,4	4356
305	5 x 61	958,19	7 30 61,7	4642
306	$2 \times 3^2 \times 17$	961,33	7 35 41,5	4929
307	—	964,47	7 40 23,0	5214
308	$2^2 \times 7 \times 11$	967,61	7 45 06,0	5499
309	3 x 103	970,75	7 49 90,6	5784
310	2 x 5 x 31	973,89	7 54 76,8	6068
311	—	977,04	7 59 64,5	6352
312	$2^3 \times 3 \times 13$	980,18	7 64 53,8	6635
313	—	983,32	7 69 44,7	6918
314	2 x 157	986,46	7 74 37,1	7200
315	$3^2 \times 5 \times 7$	989,60	7 79 31,1	7482
316	$2^2 \times 79$	992,74	7 84 26,7	7764
317	—	995,88	7 89 23,9	8045
318	2 x 3 x 53	999,03	7 94 22,6	8326
319	11 x 29	1002,2	7 99 22,9	8606
320	$2^6 \times 5$	1005,3	8 04 24,8	8885
321	3 x 107	1008,5	8 09 28,2	9165
322	2 x 7 x 23	1011,6	8 14 33,2	9444
323	17 x 19	1014,7	8 19 39,8	9722
324	$2^2 \times 3^4$	1017,9	8 24 48,0	18
325	$5^2 \times 13$	1021,0	8 29 57,7	18,0278
326	2 x 163	1024,2	8 34 69,0	0555
327	3 x 109	1027,3	8 39 81,8	0831
328	$2^3 \times 41$	1030,4	8 44 96,3	1108
329	7 x 47	1033,6	8 50 12,3	1384
330	2 x 3 x 5 x 11	1036,7	8 55 29,9	1659
331	—	1039,9	8 60 49,0	1934
332	$2^2 \times 83$	1043,0	8 65 69,7	2209
333	$3^2 \times 37$	1046,2	8 70 92,0	2483
334	2 x 167	1049,3	8 76 15,9	2757
335	5 x 67	1052,4	8 81 41,3	3030
336	$2^4 \times 3 \times 7$	1055,6	8 86 68,3	3303
337	—	1058,7	8 91 96,9	3576
338	2×13^2	1061,9	8 97 27,0	3848
339	3 x 113	1065,0	9 02 58,7	4120
340	$2^2 \times 5 \times 17$	1068,1	9 07 92,0	4391
341	11 x 31	1071,3	9 13 26,9	4662
342	$2 \times 3^2 \times 19$	1074,4	9 18 63,3	4932
343	7^3	1077,6	9 24 01,3	5203
344	$2^3 \times 43$	1080,7	9 29 40,9	5472
345	3 x 5 x 23	1083,8	9 34 82,0	5742
346	2 x 173	1087,0	9 40 24,7	6011
347	—	1090,1	9 45 69,0	6279
348	$2^2 \times 3 \times 29$	1093,3	9 51 14,9	6548
349	—	1096,4	9 56 62,3	6815
350	$2 \times 5^2 \times 7$	1099,6	9 62 11,3	7083

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
350	$2 \times 5^2 \times 7$	1099,6	9 62 11,3	18,7083
351	$3^3 \times 13$	1102,7	9 67 61,8	7350
352	$2^5 \times 11$	1105,8	9 73 14,0	7617
353	—	1109,0	9 78 67,7	7883
354	2 x 3 x 59	1112,1	9 84 23,0	8149
355	5 x 71	1115,3	9 89 79,8	8414
356	$2^2 \times 89$	1118,4	9 95 38,2	8680
357	3 x 7 x 17	1121,5	10 00 98	8944
358	2 x 179	1124,7	10 06 60	9209
359	—	1127,8	10 12 23	9473
360	$2^3 \times 3^2 \times 5$	1131,0	10 17 88	9737
361	19^2	1134,1	10 23 54	19
362	2 x 181	1137,3	10 29 22	19 0263
363	3×11^2	1140,4	10 34 91	0526
364	$2^2 \times 7 \times 13$	1143,5	10 40 62	0788
365	5 x 73	1146,7	10 46 35	1050
366	2 x 3 x 61	1149,8	10 52 09	1311
367	—	1153,0	10 57 84	1572
368	$2^4 \times 23$	1156,1	10 63 62	1833
369	$3^2 \times 41$	1159,2	10 69 41	2094
370	2 x 5 x 37	1162,4	10 75 21	2354
371	7 x 53	1165,5	10 81 03	2614
372	$2^2 \times 3 \times 31$	1168,7	10 86 87	2873
373	—	1171,8	10 92 72	3132
374	2 x 11 x 17	1175,0	10 98 58	3391
375	3×5^3	1178,1	11 04 47	3649
376	$2^3 \times 47$	1181,2	11 10 36	3907
377	13 x 29	1184,4	11 16 28	4165
378	$2 \times 3^3 \times 7$	1187,5	11 22 21	4422
379	—	1190,7	11 28 15	4679
380	$2^2 \times 5 \times 19$	1193,8	11 34 11	4936
381	3 x 127	1196,9	11 40 09	5192
382	2 x 191	1200,1	11 46 08	5448
383	—	1203,2	11 52 09	5704
384	$2^7 \times 3$	1206,4	11 58 12	5959
385	5 x 7 x 11	1209,5	11 64 16	6214
386	2 x 193	1212,7	11 70 21	6469
387	$3^2 \times 43$	1215,8	11 76 28	6723
388	$2^2 \times 97$	1218,9	11 82 37	6977
389	—	1222,1	11 88 47	7231
390	2 x 3 x 5 x 13	1225,2	11 94 59	7484
391	17 x 23	1228,4	12 00 72	7737
392	$2^3 \times 7^2$	1231,5	12 06 87	7990
393	3 x 131	1234,6	12 13 04	8242
394	2 x 197	1237,8	12 19 22	8494
395	5 x 79	1240,9	12 25 42	8746
396	$2^2 \times 3^2 \times 11$	1244,1	12 31 63	8997
397	—	1247,2	12 37 86	9249
398	2 x 199	1250,4	12 44 10	9499
399	3 x 7 x 19	1253,5	12 50 36	9750
400	$2^4 \times 5^2$	1256,6	12 56 64	20

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
400	$2^4 \times 5^2$	1256,6	12 56 64	20
401	—	1259,8	12 62 93	20,0250
402	$2 \times 3 \times 67$	1262,9	12 69 23	0499
403	13×31	1266,1	12 75 56	0749
404	$2^2 \times 101$	1269,2	12 81 90	0998
405	$3^4 \times 5$	1272,3	12 88 25	1246
406	$2 \times 7 \times 29$	1275,5	12 94 62	1494
407	11×37	1278,6	13 01 00	1742
408	$2^3 \times 3 \times 17$	1281,8	13 07 41	1990
409	—	1284,9	13 13 82	2237
410	$2 \times 5 \times 41$	1288,1	13 20 25	2485
411	3×137	1291,2	13 26 70	2731
412	$2^2 \times 103$	1294,3	13 33 17	2978
413	7×59	1297,5	13 39 65	3224
414	$2 \times 3^2 \times 23$	1300,6	13 46 14	3470
415	5×83	1303,8	13 52 65	3715
416	$2^5 \times 13$	1306,9	13 59 18	3961
417	3×139	1310,0	13 65 72	4206
418	$2 \times 11 \times 19$	1313,2	13 72 28	4450
419	—	1316,3	13 78 85	4695
420	$2^2 \times 3 \times 5 \times 7$	1319,5	13 85 44	4939
421		1322,6	13 92 05	5183
422	2×211	1325,8	13 98 67	5426
423	$3^2 \times 47$	1328,9	14 05 31	5670
424	$2^3 \times 53$	1332,0	14 11 96	5913
425	$5^2 \times 17$	1335,2	14 18 63	6155
426	$2 \times 3 \times 71$	1338,3	14 25 31	6398
427	7×61	1341,5	14 32 01	6640
428	$2^2 \times 107$	1344,6	14 38 72	6882
429	$3 \times 11 \times 13$	1347,7	14 45 45	7123
430	$2 \times 5 \times 43$	1350,9	14 52 20	7364
431	—	1354,0	14 58 96	7605
432	$2^4 \times 3^3$	1357,2	14 65 74	7846
433	—	1360,3	14 72 54	8087
434	$2 \times 7 \times 31$	1363,5	14 79 34	8327
435	$3 \times 5 \times 29$	1366,6	14 86 17	8567
436	$2^2 \times 109$	1369,7	14 93 01	8806
437	19×23	1372,9	14 99 87	9045
438	$2 \times 3 \times 73$	1376,0	15 06 74	9284
439	—	1379,2	15 13 63	9523
440	$2^3 \times 5 \times 11$	1382,3	15 20 53	9762
441	$3^2 \times 7^2$	1385,4	15 27 45	21
442	$2 \times 13 \times 17$	1388,6	15 34 39	21,0238
443	—	1391,7	15 41 34	0476
444	$2^2 \times 3 \times 37$	1394,9	15 48 30	0713
445	5×89	1398,0	15 55 28	0950
446	2×223	1401,2	15 62 28	1187
447	3×149	1404,3	15 69 30	1424
448	$2^6 \times 7$	1407,4	15 76 33	1660
449	—	1410,6	15 83 37	1896
450	$2 \times 3^2 \times 5^2$	1413,7	15 90 43	2132

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
450	$2 \times 3^2 \times 5^2$	1413,7	15 90 43	21,2132
451	11×41	1416,9	15 97 51	2368
452	$2^2 \times 113$	1420,0	16 04 60	2603
453	3×151	1423,1	16 11 71	2838
454	2×227	1426,3	16 18 83	3073
455	$5 \times 7 \times 13$	1429,4	16 25 97	3307
456	$2^3 \times 3 \times 19$	1432,6	16 33 13	3542
457	—	1435,7	16 40 30	3776
458	2×229	1438,8	16 47 48	4009
459	$3^3 \times 17$	1442,0	16 54 68	4243
460	$2^2 \times 5 \times 23$	1445,1	16 61 90	4476
461	—	1448,3	16 69 14	4709
462	$2 \times 3 \times 7 \times 11$	1451,4	16 76 39	4942
463	—	1454,6	16 83 65	5174
464	$2^4 \times 29$	1457,7	16 90 93	5407
465	$3 \times 5 \times 31$	1460,8	16 98 23	5639
466	2×233	1464,0	17 05 54	5870
467	—	1467,1	17 12 87	6102
468	$2^2 \times 3^2 \times 13$	1470,3	17 20 21	6333
469	7×67	1473,4	17 27 57	6564
470	$2 \times 5 \times 47$	1476,5	17 34 94	6795
471	3×157	1479,7	17 42 34	7025
472	$2^3 \times 59$	1482,8	17 49 74	7256
473	11×43	1486,0	17 57 16	7486
474	$2 \times 3 \times 79$	1489,1	17 64 60	7715
475	$5^2 \times 19$	1492,3	17 72 05	7945
476	$2^2 \times 7 \times 17$	1495,4	17 79 52	8174
477	$3^2 \times 53$	1498,5	17 87 01	8403
478	2×239	1501,7	17 94 51	8632
479	—	1504,8	18 02 03	8861
480	$2^5 \times 3 \times 5$	1508,0	18 09 56	9089
481	13×37	1511,1	18 17 11	9317
482	2×241	1514,2	18 24 67	9545
483	$3 \times 7 \times 23$	1517,4	18 32 25	9773
484	$2^2 \times 11^2$	1520,5	18 39 84	22
485	5×97	1523,7	18 47 45	22,0227
486	2×3^5	1526,8	18 55 08	0454
487	—	1530,0	18 62 72	0681
488	$2^3 \times 61$	1533,1	18 70 38	0907
489	3×163	1536,2	18 78 05	1133
490	$2 \times 5 \times 7^2$	1539,4	18 85 74	1359
491	—	1542,5	18 93 45	1585
492	$2^2 \times 3 \times 41$	1545,7	19 01 17	1811
493	17×29	1548,8	19 08 90	2036
494	$2 \times 13 \times 19$	1551,9	19 16 65	2261
495	$3^2 \times 5 \times 11$	1555,1	19 24 42	2486
496	$2^4 \times 31$	1558,2	19 32 21	2711
497	7×71	1561,4	19 40 00	2935
498	$2 \times 3 \times 83$	1564,5	19 47 82	3159
499	—	1567,7	19 55 65	3383
500	$2^2 \times 5^3$	1570,8	19 63 50	3607

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
500	$2^2 \times 5^3$	1570,8	19 63 50	22,3607
501	3 × 167	1573,9	19 71 36	3830
502	2 × 251	1577,1	19 79 23	4054
503	—	1580,2	19 87 13	4277
504	$2^3 \times 3^2 \times 7$	1583,4	19 95 04	4499
505	5 × 101	1586,5	20 02 96	4722
506	2 × 11 × 23	1589,6	20 10 90	4944
507	3×13^2	1592,8	20 18 86	5167
508	$2^2 \times 127$	1595,9	20 26 83	5389
509	—	1599,1	20 34 82	5610
510	2 × 3 × 5 × 17	1602,2	20 42 82	5832
511	7 × 73	1605,4	20 50 84	6053
512	2^9	1608,5	20 58 87	6274
513	$3^3 \times 19$	1611,6	20 66 92	6495
514	2 × 257	1614,8	20 74 99	6716
515	5 × 103	1617,9	20 83 07	6936
516	$2^2 \times 3 \times 43$	1621,1	20 91 17	7156
517	11 × 47	1624,2	20 99 28	7376
518	2 × 7 × 37	1627,3	21 07 41	7596
519	3 × 173	1630,5	21 15 56	7816
520	$2^3 \times 5 \times 13$	1633,6	21 23 72	8035
521	—	1636,8	21 31 89	8254
522	$2 \times 3^2 \times 29$	1639,9	21 40 08	8473
523	—	1643,1	21 48 29	8692
524	$2^2 \times 131$	1646,2	21 56 51	8910
525	$3 \times 5^2 \times 7$	1649,3	21 64 75	9129
526	2 × 263	1652,5	21 73 01	9347
527	17 × 31	1655,6	21 81 28	9565
528	$2^4 \times 3 \times 11$	1658,8	21 89 56	9783
529	23^2	1661,9	21 97 87	23
530	2 × 5 × 53	1665,0	22 06 18	23,0217
531	$3^2 \times 59$	1668,2	22 14 52	0434
532	$2^2 \times 7 \times 19$	1671,3	22 22 87	0651
533	13 × 41	1674,5	22 31 23	0868
534	2 × 3 × 89	1677,6	22 39 61	1084
535	5 × 107	1680,8	22 48 01	1301
536	$2^3 \times 67$	1683,9	22 56 42	1517
537	3 × 179	1687,0	22 64 84	1733
538	2 × 269	1690,2	22 73 29	1948
539	$7^2 \times 11$	1693,3	22 81 75	2164
540	$2^2 \times 3^3 \times 5$	1696,5	22 90 22	2379
541	—	1699,6	22 98 71	2594
542	2 × 271	1702,7	23 07 22	2809
543	3 × 181	1705,9	23 15 74	3024
544	$2^5 \times 17$	1709,0	23 24 28	3238
545	5 × 109	1712,2	23 32 83	3452
546	2 × 3 × 7 × 13	1715,3	23 41 40	3666
547	—	1718,5	23 49 98	3880
548	$2^2 \times 137$	1721,6	23 58 58	4094
549	$3^2 \times 61$	1724,7	23 67 20	4307
550	$2 \times 5^2 \times 11$	1727,9	23 75 83	4521

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
550	$2 \times 5^2 \times 11$	1727,9	23 75 83	23,4521
551	19 × 29	1731,0	23 84 48	4734
552	$2^3 \times 3 \times 23$	1734,2	23 93 14	4947
553	7 × 79	1737,3	24 01 82	5160
554	2 × 277	1740,4	24 10 51	5372
555	3 × 5 × 37	1743,6	24 19 22	5584
556	$2^2 \times 139$	1746,7	24 27 95	5797
557	—	1749,9	24 36 69	6008
558	$2 \times 3^2 \times 31$	1753,0	24 45 45	6220
559	13 × 43	1756,2	24 54 22	6432
560	$2^4 \times 5 \times 7$	1759,3	24 63 01	6643
561	3 × 11 × 17	1762,4	24 71 81	6854
562	2 × 281	1765,6	24 80 63	7065
563	—	1768,7	24 89 47	7276
564	$2^2 \times 3 \times 47$	1771,9	24 98 32	7487
565	5 × 113	1775,0	25 07 19	7697
566	2 × 283	1778,1	25 16 07	7908
567	$3^4 \times 7$	1781,3	25 24 97	8118
568	$2^3 \times 71$	1784,4	25 33 88	8328
569	—	1787,6	25 42 81	8537
570	2 × 3 × 5 × 19	1790,7	25 51 76	8747
571	—	1793,8	25 60 72	8956
572	$2^2 \times 11 \times 13$	1797,0	25 69 70	9165
573	3 × 191	1800,1	25 78 69	9374
574	2 × 7 × 41	1803,3	25 87 70	9583
575	$5^2 \times 23$	1806,4	25 96 72	9792
576	$2^6 \times 3^2$	1809,6	26 05 76	24
577	—	1812,7	26 14 82	24,0208
578	2×17^2	1815,8	26 23 89	0416
579	3 × 193	1819,0	26 32 98	0624
580	$2^2 \times 5 \times 29$	1822,1	26 42 08	0832
581	7 × 83	1825,3	26 51 20	1039
582	2 × 3 × 97	1828,4	26 60 33	1247
583	11 × 53	1831,5	26 69 48	1454
584	$2^3 \times 73$	1834,7	26 78 65	1661
585	$3^2 \times 5 \times 13$	1837,8	26 87 83	1868
586	2 × 293	1841,0	26 97 03	2074
587	—	1844,1	27 06 24	2281
588	$2^2 \times 3 \times 7^2$	1847,3	27 15 47	2487
589	19 × 31	1850,4	27 24 71	2693
590	2 × 5 × 59	1853,5	27 33 97	2899
591	3 × 197	1856,7	27 43 25	3105
592	$2^4 \times 37$	1859,8	27 52 54	3311
593	—	1863,0	27 61 84	3516
594	$2 \times 3^3 \times 11$	1866,1	27 71 17	3721
595	5 × 7 × 17	1869,2	27 80 51	3926
596	$2^2 \times 149$	1872,4	27 89 86	4131
597	3 × 199	1875,5	27 99 23	4336
598	2 × 13 × 23	1878,7	28 08 62	4540
599	—	1881,8	28 18 02	4745
600	$2^3 \times 3 \times 5^2$	1885,0	28 27 43	4949

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
600	$2^3 \times 3 \times 5^2$	1885,0	28 27 43	24,4949
601	—	1888,1	28 36 87	5153
602	$2 \times 7 \times 43$	1891,2	28 46 31	5357
603	$3^2 \times 67$	1894,4	28 55 78	5561
604	$2^2 \times 151$	1897,5	28 65 26	5764
605	5×11^2	1900,7	28 74 75	5967
606	$2 \times 3 \times 101$	1903,8	28 84 26	6171
607	—	1906,9	28 93 79	6374
608	$2^5 \times 19$	1910,1	29 03 33	6577
609	$3 \times 7 \times 29$	1913,2	29 12 89	6779
610	$2 \times 5 \times 61$	1916,4	29 22 47	6982
611	13×47	1919,5	29 32 06	7184
612	$2^2 \times 3^2 \times 17$	1922,7	29 41 66	7386
613	—	1925,8	29 51 28	7588
614	2×307	1928,9	29 60 92	7790
615	$3 \times 5 \times 41$	1932,1	29 70 57	7992
616	$2^3 \times 7 \times 11$	1935,2	29 80 24	8193
617	—	1938,4	29 89 92	8395
618	$2 \times 3 \times 103$	1941,5	29 99 62	8596
619	—	1944,6	30 09 34	8797
620	$2^2 \times 5 \times 31$	1947,8	30 19 07	8998
621	$3^3 \times 23$	1950,9	30 28 82	9199
622	2×311	1954,1	30 38 58	9399
623	7×89	1957,2	30 48 36	9600
624	$2^4 \times 3 \times 13$	1960,4	30 58 15	9800
625	5^4	1963,5	30 67 96	25
626	2×313	1966,6	30 77 79	25,0200
627	$3 \times 11 \times 19$	1969,8	30 87 63	0400
628	$2^2 \times 157$	1972,9	30 97 48	0599
629	17×37	1976,1	31 07 36	0799
630	$2 \times 3^2 \times 5 \times 7$	1979,2	31 17 25	0998
631	—	1982,3	31 27 15	1197
632	$2^3 \times 79$	1985,5	31 37 07	1396
633	3×211	1988,6	31 47 00	1595
634	2×317	1991,8	31 56 96	1794
635	5×127	1994,9	31 66 92	1992
636	$2^2 \times 3 \times 53$	1998,1	31 76 90	2190
637	$7^2 \times 13$	2001,2	31 86 90	2389
638	$2 \times 11 \times 29$	2004,3	31 96 92	2587
639	$3^2 \times 71$	2007,5	32 06 95	2784
640	$2^7 \times 5$	2010,6	32 16 99	2982
641	—	2013,8	32 27 05	3180
642	$2 \times 3 \times 107$	2016,9	32 37 13	3377
643	—	2020,0	32 47 22	3574
644	$2^2 \times 7 \times 23$	2023,2	32 57 33	3772
645	$3 \times 5 \times 43$	2026,3	32 67 45	3969
646	$2 \times 17 \times 19$	2029,5	32 77 59	4165
647	—	2032,6	32 87 75	4362
648	$2^3 \times 3^4$	2035,8	32 97 92	4558
649	11×59	2038,9	33 08 10	4755
650	$2 \times 5^2 \times 13$	2042,0	33 18 31	4951

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
650	$2 \times 5^2 \times 13$	2042,0	33 18 31	25,4951
651	$3 \times 7 \times 31$	2045,2	33 28 53	5147
652	$2^2 \times 163$	2048,3	33 38 76	5343
653	—	2051,5	33 49 01	5539
654	$2 \times 3 \times 109$	2054,6	33 59 27	5734
655	5×131	2057,7	33 69 55	5930
656	$2^4 \times 41$	2060,9	33 79 85	6125
657	$3^2 \times 73$	2064,0	33 90 16	6320
658	$2 \times 7 \times 47$	2067,2	34 00 49	6515
659	—	2070,3	34 10 83	6710
660	$2^2 \times 3 \times 5 \times 11$	2073,5	34 21 19	6905
661	—	2076,6	34 31 57	7099
662	2×331	2079,7	34 41 96	7294
663	$3 \times 13 \times 17$	2082,9	34 52 37	7488
664	$2^3 \times 83$	2086,0	34 62 79	7682
665	$5 \times 7 \times 19$	2089,2	34 73 23	7876
666	$2 \times 3^2 \times 37$	2092,3	34 83 68	8070
667	23×29	2095,4	34 94 15	8263
668	$2^2 \times 167$	2098,6	35 04 64	8457
669	3×223	2101,7	35 15 14	8650
670	$2 \times 5 \times 67$	2104,9	35 25 65	8844
671	11×61	2108,0	35 36 18	9037
672	$2^5 \times 3 \times 7$	2111,2	35 46 73	9230
673	—	2114,3	35 57 30	9422
674	2×337	2117,4	35 67 88	9615
675	$3^3 \times 5^2$	2120,6	35 78 47	9808
676	$2^2 \times 13^2$	2123,7	35 89 08	26
677	—	2126,9	35 99 71	26,0192
678	$2 \times 3 \times 113$	2130,0	36 10 35	0384
679	7×97	2133,1	36 21 01	0576
680	$2^3 \times 5 \times 17$	2136,3	36 31 68	0768
681	3×227	2139,4	36 42 37	0960
682	$2 \times 11 \times 31$	2142,6	36 53 08	1151
683	—	2145,7	36 63 80	1343
684	$2^2 \times 3^2 \times 19$	2148,8	36 74 53	1534
685	5×137	2152,0	36 85 28	1725
686	2×7^3	2155,1	36 96 05	1916
687	3×229	2158,3	37 06 84	2107
688	$2^4 \times 43$	2161,4	37 17 64	2298
689	13×53	2164,6	37 28 45	2488
690	$2 \times 3 \times 5 \times 23$	2167,7	37 39 28	2679
691	—	2170,8	37 50 13	2869
692	$2^2 \times 173$	2174,0	37 60 99	3059
693	$3^2 \times 7 \times 11$	2177,1	37 71 87	3249
694	2×347	2180,3	37 82 76	3439
695	5×139	2183,4	37 93 67	3629
696	$2^3 \times 3 \times 29$	2186,5	38 04 59	3818
697	17×41	2189,7	38 15 53	4008
698	2×349	2192,8	38 26 49	4197
699	3×233	2196,0	38 37 46	4386
700	$2^2 \times 5^2 \times 7$	2199,1	38 48 45	4575

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
700	$2^2 \times 5^2 \times 7$	2199,1	38 48 45	26,4575
701	—	2202,3	38 59 45	4764
702	$2 \times 3^3 \times 13$	2205,4	38 70 47	4953
703	19×37	2208,5	38 81 51	5141
704	$2^6 \times 11$	2211,7	38 92 56	5330
705	$3 \times 5 \times 47$	2214,8	39 03 63	5518
706	2×353	2218,0	39 14 71	5707
707	7×101	2221,1	39 25 80	5895
708	$2^2 \times 3 \times 59$	2224,2	39 36 92	6083
709	—	2227,4	39 48 05	6271
710	$2 \times 5 \times 71$	2230,5	39 59 19	6458
711	$3^2 \times 79$	2233,7	39 70 35	6646
712	$2^3 \times 89$	2236,8	39 81 53	6833
713	23×31	2240,0	39 92 72	7021
714	$2 \times 3 \times 7 \times 17$	2243,1	40 03 93	7208
715	$5 \times 11 \times 13$	2246,2	40 15 15	7395
716	$2^2 \times 179$	2249,4	40 26 39	7582
717	3×239	2252,5	40 37 65	7769
718	2×359	2255,7	40 48 92	7955
719	—	2258,8	40 60 20	8142
720	$2^4 \times 3^2 \times 5$	2261,9	40 71 50	8328
721	7×103	2265,1	40 82 82	8514
722	2×19^2	2268,2	40 94 15	8701
723	3×241	2271,4	41 05 50	8887
724	$2^2 \times 181$	2274,5	41 16 87	9072
725	$5^2 \times 29$	2277,7	41 28 25	9258
726	$2 \times 3 \times 11^2$	2280,8	41 39 65	9444
727	—	2283,9	41 51 06	9629
728	$2^3 \times 7 \times 13$	2287,1	41 62 48	9815
729	3^6	2290,2	41 73 93	27
730	$2 \times 5 \times 73$	2293,4	41 85 39	27,0185
731	17×43	2296,5	41 96 86	0370
732	$2^2 \times 3 \times 61$	2299,6	42 08 35	0555
733	—	2302,8	42 19 86	0740
734	2×367	2305,9	42 31 38	0924
735	$3 \times 5 \times 7^2$	2309,1	42 42 92	1109
736	$2^5 \times 23$	2312,2	42 54 47	1293
737	11×67	2315,4	42 66 04	1477
738	$2 \times 3^2 \times 41$	2318,5	42 77 62	1662
739	—	2321,6	42 89 22	1846
740	$2^2 \times 5 \times 37$	2324,8	43 00 84	2029
741	$3 \times 13 \times 19$	2327,9	43 12 47	2213
742	$2 \times 7 \times 53$	2331,1	43 24 12	2397
743	—	2334,2	43 35 78	2580
744	$2^3 \times 3 \times 31$	2337,3	43 47 46	2764
745	5×149	2340,5	43 59 16	2947
746	2×373	2343,6	43 70 87	3130
747	$3^2 \times 83$	2346,8	43 82 59	3313
748	$2^2 \times 11 \times 17$	2349,9	43 94 33	3496
749	7×107	2353,1	44 06 09	3679
750	$2 \times 3 \times 5^3$	2356,2	44 17 86	3861

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
750	$2 \times 3 \times 5^3$	2356,2	44 17 86	27,3861
751	—	2359,3	44 29 65	4044
752	$2^4 \times 47$	2362,5	44 41 46	4226
753	3×251	2365,6	44 53 28	4408
754	$2 \times 13 \times 29$	2368,8	44 65 11	4591
755	5×151	2371,9	44 76 97	4773
756	$2^2 \times 3^3 \times 7$	2375,0	44 88 83	4955
757	—	2378,2	45 00 72	5136
758	2×379	2381,3	45 12 62	5318
759	$3 \times 11 \times 23$	2384,5	45 24 53	5500
760	$2^3 \times 5 \times 19$	2387,6	45 36 46	5681
761	—	2390,8	45 48 41	5862
762	$2 \times 3 \times 127$	2393,9	45 60 37	6043
763	7×109	2397,0	45 72 34	6225
764	$2^2 \times 191$	2400,2	45 84 34	6405
765	$3^2 \times 5 \times 17$	2403,3	45 96 35	6586
766	2×383	2406,5	46 08 37	6767
767	13×59	2409,6	46 20 41	6948
768	$2^8 \times 3$	2412,7	46 32 47	7128
769	—	2415,9	46 44 54	7308
770	$2 \times 5 \times 7 \times 11$	2419,0	46 56 63	7489
771	3×257	2422,2	46 68 73	7669
772	$2^2 \times 193$	2425,3	46 80 85	7849
773	—	2428,5	46 92 98	8029
774	$2 \times 3^2 \times 43$	2431,6	47 05 13	8209
775	$5^2 \times 31$	2434,7	47 17 30	8388
776	$2^3 \times 97$	2437,9	47 29 48	8568
777	$3 \times 7 \times 37$	2441,0	47 41 68	8747
778	2×389	2444,2	47 53 89	8927
779	19×41	2447,3	47 66 12	9106
780	$2^2 \times 3 \times 5 \times 13$	2450,4	47 78 36	9285
781	11×71	2453,6	47 90 62	9464
782	$2 \times 17 \times 23$	2456,7	48 02 90	9643
783	$3^3 \times 29$	2459,9	48 15 19	9821
784	$2^4 \times 7^2$	2463,0	48 27 50	28
785	5×157	2466,2	48 39 82	28,0179
786	$2 \times 3 \times 131$	2469,3	48 52 16	0357
787	—	2472,4	48 64 51	0535
788	$2^2 \times 197$	2475,6	48 76 88	0713
789	3×263	2478,7	48 89 27	0891
790	$2 \times 5 \times 79$	2481,9	49 01 67	1069
791	7×113	2485,0	49 14 09	1247
792	$2^3 \times 3^2 \times 11$	2488,1	49 26 52	1425
793	13×61	2491,3	49 38 97	1603
794	2×397	2494,4	49 51 43	1780
795	$3 \times 5 \times 53$	2497,6	49 63 91	1957
796	$2^2 \times 199$	2500,7	49 76 41	2135
797	—	2503,8	49 88 92	2312
798	$2 \times 3 \times 7 \times 19$	2507,0	50 01 45	2489
799	17×47	2510,1	50 13 99	2666
800	$2^5 \times 5^2$	2513,3	50 26 55	2843

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
800	$2^5 \times 5^2$	2513,3	50 26 55	28,2843
801	$3^2 \times 89$	2516,4	50 39 12	3019
802	2×401	2519,6	50 51 71	3196
803	11×73	2522,7	50 64 32	3373
804	$2^2 \times 3 \times 67$	2525,8	50 76 94	3549
805	$5 \times 7 \times 23$	2529,0	50 89 58	3725
806	$2 \times 13 \times 31$	2532,1	51 02 23	3901
807	3×269	2535,3	51 14 90	4077
808	$2^3 \times 101$	2538,4	51 27 58	4253
809	—	2541,5	51 40 28	4429
810	$2 \times 3^4 \times 5$	2544,7	51 53 00	4605
811	—	2547,8	51 65 73	4781
812	$2^2 \times 7 \times 29$	2551,0	51 78 48	4956
813	3×271	2554,1	51 91 24	5132
814	$2 \times 11 \times 37$	2557,3	52 04 02	5307
815	5×163	2560,4	52 16 81	5482
816	$2^4 \times 3 \times 17$	2563,5	52 29 62	5657
817	19×43	2566,7	52 42 45	5832
818	2×409	2569,8	52 55 29	6007
819	$3^2 \times 7 \times 13$	2573,0	52 68 14	6182
820	$2^2 \times 5 \times 41$	2576,1	52 81 02	6356
821	—	2579,2	52 93 91	6531
822	$2 \times 3 \times 137$	2582,4	53 06 81	6705
823	—	2585,5	53 19 73	6880
824	$2^3 \times 103$	2588,7	53 32 67	7054
825	$3 \times 5^2 \times 11$	2591,8	53 45 62	7228
826	$2 \times 7 \times 59$	2595,0	53 58 58	7402
827	—	2598,1	53 71 57	7576
828	$2^2 \times 3^2 \times 23$	2601,2	53 84 56	7750
829	—	2604,4	53 97 58	7924
830	$2 \times 5 \times 83$	2607,5	54 10 61	8097
831	3×277	2610,7	54 23 65	8271
832	$2^6 \times 13$	2613,8	54 36 71	8444
833	$7^2 \times 17$	2616,9	54 49 79	8617
834	$2 \times 3 \times 139$	2620,1	54 62 88	8791
835	5×167	2623,2	54 75 99	8964
836	$2^2 \times 11 \times 19$	2626,4	54 89 12	9137
837	$3^3 \times 31$	2629,5	55 02 26	9310
838	2×419	2632,7	55 15 41	9482
839	—	2635,8	55 28 58	9655
840	$2^3 \times 3 \times 5 \times 7$	2638,9	55 41 77	9828
841	29^2	2642,1	55 54 97	29
842	2×421	2645,2	55 68 19	29,0172
843	3×281	2648,4	55 81 42	0345
844	$2^2 \times 211$	2651,5	55 94 67	0517
845	5×13^2	2654,6	56 07 94	0689
846	$2 \times 3^2 \times 47$	2657,8	56 21 22	0861
847	7×11^2	2660,9	56 34 52	1033
848	$2^4 \times 53$	2664,1	56 47 83	1204
849	3×283	2667,2	56 61 16	1376
850	$2 \times 5^2 \times 17$	2670,4	56 74 50	1548

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
850	$2 \times 5^2 \times 17$	2670,4	56 74 50	29,1548
851	23×37	2673,5	56 87 86	1719
852	$2^2 \times 3 \times 71$	2676,6	57 01 24	1890
853	—	2679,8	57 14 63	2062
854	$2 \times 7 \times 61$	2682,9	57 28 03	2233
855	$3^2 \times 5 \times 19$	2686,1	57 41 46	2404
856	$2^3 \times 107$	2689,2	57 54 90	2575
857	—	2692,3	57 68 35	2746
858	$2 \times 3 \times 11 \times 13$	2695,5	57 81 82	2916
859	—	2698,6	57 95 30	3087
860	$2^2 \times 5 \times 43$	2701,8	58 08 80	3258
861	$3 \times 7 \times 41$	2704,9	58 22 32	3428
862	2×431	2708,1	58 35 85	3598
863	—	2711,2	58 49 40	3769
864	$2^5 \times 3^3$	2714,3	58 62 97	3939
865	5×173	2717,5	58 76 55	4109
866	2×433	2720,6	58 90 14	4279
867	3×17^2	2723,8	59 03 75	4449
868	$2^2 \times 7 \times 31$	2726,9	59 17 38	4618
869	11×79	2730,0	59 31 02	4788
870	$2 \times 3 \times 5 \times 29$	2733,2	59 44 68	4958
871	13×67	2736,3	59 58 35	5127
872	$2^3 \times 109$	2739,5	59 72 04	5296
873	$3^2 \times 97$	2742,6	59 85 75	5466
874	$2 \times 19 \times 23$	2745,8	59 99 47	5635
875	$5^3 \times 7$	2748,9	60 13 20	5804
876	$2^2 \times 3 \times 73$	2752,0	60 26 96	5973
877	—	2755,2	60 40 73	6142
878	2×439	2758,3	60 54 51	6311
879	3×293	2761,5	60 68 31	6479
880	$2^4 \times 5 \times 11$	2764,6	60 82 12	6648
881	—	2767,7	60 95 95	6816
882	$2 \times 3^2 \times 7^2$	2770,9	61 09 80	6985
883	—	2774,0	61 23 66	7153
884	$2^2 \times 13 \times 17$	2777,2	61 37 54	7321
885	$3 \times 5 \times 59$	2780,3	61 51 43	7489
886	2×443	2783,5	61 65 34	7658
887	—	2786,6	61 79 27	7825
888	$2^3 \times 3 \times 37$	2789,7	61 93 21	7993
889	7×127	2792,9	62 07 17	8161
890	$2 \times 5 \times 89$	2796,0	62 21 14	8329
891	$3^4 \times 11$	2799,2	62 35 13	8496
892	$2^2 \times 223$	2802,3	62 49 13	8664
893	19×47	2805,4	62 63 15	8831
894	$2 \times 3 \times 149$	2808,6	62 77 18	8998
895	5×179	2811,7	62 91 24	9166
896	$2^7 \times 7$	2814,9	63 05 30	9333
897	$3 \times 13 \times 23$	2818,0	63 19 38	9500
898	2×449	2821,2	63 33 48	9666
899	29×31	2824,3	63 47 60	9833
900	$2^2 \times 3^2 \times 5^2$	2827,4	63 61 73	30

$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
900	$2^2 \times 3^2 \times 5^2$	2827,4	63 61 73	30
901	17 x 53	2830,6	63 75 87	30,0167
902	2 x 11 x 41	2833,7	63 90 03	0333
903	3 x 7 x 43	2836,9	64 04 21	0500
904	$2^3 \times 113$	2840,0	64 18 40	0666
905	5 x 181	2843,1	64 32 61	0832
906	2 x 3 x 151	2846,3	64 46 83	0998
907	—	2849,4	64 61 07	1164
908	$2^2 \times 227$	2852,6	64 75 33	1330
909	$3^2 \times 101$	2855,7	64 89 60	1496
910	2 x 5 x 7 x 13	2858,8	65 03 88	1662
911	—	2862,0	65 18 18	1828
912	$2^4 \times 3 \times 19$	2865,1	65 32 50	1993
913	11 x 83	2868,3	65 46 84	2159
914	2 x 457	2871,4	65 61 18	2324
915	3 x 5 x 61	2874,6	65 75 55	2490
916	$2^2 \times 229$	2877,7	65 89 93	2655
917	7 x 131	2880,8	66 04 33	2820
918	$2 \times 3^3 \times 17$	2884,0	66 18 74	2985
919	—	2887,1	66 33 17	3150
920	$2^3 \times 5 \times 23$	2890,3	66 47 61	3315
921	3 x 307	2893,4	66 62 07	3480
922	2 x 461	2896,5	66 76 54	3645
923	13 x 71	2899,7	66 91 03	3809
924	$2^2 \times 3 \times 7 \times 11$	2902,8	67 05 54	3974
925	$5^2 \times 37$	2906,0	67 20 06	4138
926	2 x 463	2909,1	67 34 60	4302
927	$3^2 \times 103$	2912,3	67 49 15	4467
928	$2^5 \times 29$	2915,4	67 63 72	4631
929	—	2918,5	67 78 31	4795
930	2 x 3 x 5 x 31	2921,7	67 92 91	4959
931	$7^2 \times 19$	2924,8	68 07 52	5123
932	$2^2 \times 233$	2928,0	68 22 16	5287
933	3 x 311	2931,1	68 36 80	5450
934	2 x 467	2934,2	68 51 47	5614
935	5 x 11 x 17	2937,4	68 66 15	5778
936	$2^3 \times 3^2 \times 13$	2940,5	68 80 84	5941
937	—	2943,7	68 95 55	6105
938	2 x 7 x 67	2946,8	69 10 28	6268
939	3 x 313	2950,0	69 25 02	6431
940	$2^2 \times 5 \times 47$	2953,1	69 39 78	6594
941	—	2956,2	69 54 55	6757
942	2 x 3 x 157	2959,4	69 69 34	6920
943	23 x 41	2962,5	69 84 15	7083
944	$2^4 \times 59$	2965,7	69 98 97	7246
945	$3^3 \times 5 \times 7$	2968,8	70 13 80	7409
946	2 x 11 x 43	2971,9	70 28 65	7571
947	—	2975,1	70 43 52	7734
948	$2^2 \times 3 \times 79$	2978,2	70 58 40	7896
949	13 x 73	2981,4	70 73 30	8058
950	$2 \times 5^2 \times 19$	2984,5	70 88 22	8221

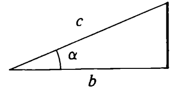
$n = d$	Facteur	$\pi \cdot d$	$\frac{\pi \cdot d^2}{4}$	$\sqrt{n}$
950	$2 \times 5^2 \times 19$	2984,5	70 88 22	30,8221
951	3 x 317	2987,7	71 03 15	8383
952	$2^3 \times 7 \times 17$	2990,8	71 18 09	8545
953	—	2993,9	71 33 06	8707
954	$2 \times 3^2 \times 53$	2997,1	71 48 03	8869
955	5 x 191	3000,2	71 63 03	9031
956	$2^2 \times 239$	3003,4	71 78 04	9192
957	3 x 11 x 29	3006,5	71 93 06	9354
958	2 x 479	3009,6	72 08 10	9516
959	7 x 137	3012,8	72 23 16	9677
960	$2^6 \times 3 \times 5$	3015,9	72 38 23	9839
961	31^2	3019,1	72 53 32	31
962	2 x 13 x 37	3022,2	72 68 42	31,0161
963	$3^2 \times 107$	3025,4	72 83 54	0322
964	$2^2 \times 241$	3028,5	72 98 67	0483
965	5 x 193	3031,6	73 13 82	0644
966	2 x 3 x 7 x 23	3034,8	73 28 99	0805
967	—	3037,9	73 44 17	0966
968	$2^3 \times 11^2$	3041,1	73 59 37	1127
969	3 x 17 x 19	3044,2	73 74 58	1288
970	2 x 5 x 97	3047,3	73 89 81	1448
971	—	3050,5	74 05 06	1609
972	$2^2 \times 3^5$	3053,6	74 20 32	1769
973	7 x 139	3056,8	74 35 59	1929
974	2 x 487	3059,9	74 50 88	2090
975	$3 \times 5^2 \times 13$	3063,1	74 66 19	2250
976	$2^4 \times 61$	3066,2	74 81 51	2410
977	—	3069,3	74 96 85	2570
978	2 x 3 x 163	3072,5	75 12 21	2730
979	11 x 89	3075,6	75 27 58	2890
980	$2^2 \times 5 \times 7^2$	3078,8	75 42 96	3050
981	$3^2 \times 109$	3081,9	75 58 37	3209
982	2 x 491	3085,0	75 73 78	3369
983	—	3088,2	75 89 22	3528
984	$2^3 \times 3 \times 41$	3091,3	76 04 66	3688
985	5 x 197	3094,5	76 20 13	3847
986	2 x 17 x 29	3097,6	76 35 61	4006
987	3 x 7 x 47	3100,8	76 51 11	4166
988	$2^2 \times 13 \times 19$	3103,9	76 66 62	4325
989	23 x 43	3107,0	76 82 14	4484
990	$2 \times 3^2 \times 5 \times 11$	3110,2	76 97 69	4643
991	—	3113,3	77 13 25	4802
992	$2^5 \times 31$	3116,5	77 28 82	4960
993	3 x 331	3119,6	77 44 41	5119
994	2 x 7 x 71	3122,7	77 60 02	5278
995	5 x 199	3125,9	77 75 64	5436
996	$2^2 \times 3 \times 83$	3129,0	77 91 28	5595
997	—	3132,2	78 06 93	5753
998	2 x 499	3135,3	78 22 60	5911
999	$3^3 \times 37$	3138,5	78 38 28	6070
1000	$2^3 \times 5^3$	3141,6	78 53 98	6228

Mantisses des nombres de 0,1 à 49,9 et 100 à 499: Exemples d'utilisation, voir page 124

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	$-\infty$	000 00	301 03	477 12	602 06	698 97	778 15	845 10	903 09	954 24
1	000 00	041 39	079 18	113 94	146 13	176 09	204 12	230 45	255 27	278 75
2	301 03	322 22	342 42	361 73	380 21	397 94	414 97	431 36	447 16	462 40
3	477 12	491 36	505 15	518 51	531 48	544 07	556 30	568 20	579 78	591 06
4	602 06	612 78	623 25	633 47	643 45	653 21	662 76	672 10	681 24	690 20
5	698 97	707 57	716 00	724 28	732 39	740 36	748 19	757 87	763 43	770 85
6	778 15	785 33	792 39	799 34	806 18	812 91	819 54	826 07	832 51	838 85
7	845 10	851 26	857 33	863 32	869 23	875 06	880 81	886 49	892 09	897 63
8	903 09	908 49	913 81	919 08	924 28	929 42	934 50	939 52	944 48	949 39
9	954 24	959 04	963 79	968 48	973 13	977 72	982 27	986 77	991 23	995 64
10	000 00	004 32	008 60	012 84	017 03	021 19	025 31	029 38	033 42	037 43
11	041 39	045 32	049 22	053 08	056 90	060 70	064 46	068 19	071 88	075 55
12	079 18	082 79	086 36	089 91	093 42	096 91	100 37	103 80	107 21	110 59
13	113 94	117 27	120 57	123 85	127 10	130 33	133 54	136 72	139 88	143 01
14	146 13	149 22	152 29	155 34	158 36	161 37	164 35	167 32	170 26	173 19
15	176 09	178 98	181 84	184 69	187 52	190 33	193 12	195 90	198 66	201 40
16	204 12	206 83	209 52	212 19	214 84	217 48	220 11	222 72	225 31	227 89
17	230 45	233 00	235 53	238 05	240 55	243 04	245 51	247 97	250 42	252 85
18	255 27	257 68	260 07	262 45	264 82	267 17	269 51	271 84	274 16	276 46
19	278 75	281 03	283 30	285 56	287 80	290 03	292 26	294 47	296 67	298 85
20	301 03	303 20	305 35	307 50	309 63	311 75	313 87	315 97	318 06	320 15
21	322 22	324 28	326 34	328 38	330 41	332 44	334 45	336 46	338 46	340 44
22	342 42	344 39	346 35	348 30	350 25	352 18	354 11	356 03	357 93	359 84
23	361 73	363 61	365 49	367 36	369 22	371 07	372 91	374 75	376 58	378 40
24	380 21	382 02	383 82	385 61	387 39	389 17	390 94	392 70	394 45	396 20
25	397 94	399 67	401 40	403 12	404 83	406 54	408 24	409 93	411 62	413 30
26	414 97	416 64	418 30	419 96	421 60	423 25	424 88	426 51	428 13	429 75
27	431 36	432 97	434 57	436 16	437 75	439 33	440 91	442 48	444 04	445 60
28	447 16	448 71	450 25	451 79	453 32	454 84	456 37	457 88	459 39	460 90
29	462 40	463 89	465 38	466 87	468 35	469 82	471 29	472 76	474 22	475 67
30	477 12	478 57	480 01	481 44	482 87	484 30	485 72	487 14	488 55	489 96
31	491 36	492 76	494 15	495 54	496 93	498 31	499 69	501 06	502 43	503 79
32	505 15	506 51	507 86	509 20	510 55	511 88	513 22	514 55	515 87	517 20
33	518 51	519 83	521 14	522 44	523 75	525 04	526 34	527 63	528 92	530 20
34	531 48	532 75	534 03	535 29	536 56	537 82	539 08	540 33	541 58	542 83
35	544 07	545 31	546 54	547 77	549 00	550 23	551 45	552 67	553 88	555 09
36	556 30	557 51	558 71	559 91	561 10	562 29	563 48	564 67	565 85	567 03
37	568 20	569 37	570 54	571 71	572 87	574 03	575 19	576 34	577 49	578 64
38	579 78	580 92	582 06	583 20	584 33	585 46	586 59	587 71	588 83	589 95
39	591 06	592 18	593 29	594 39	595 50	596 60	597 70	598 79	599 88	600 97
40	602 06	603 14	604 23	605 31	606 38	607 46	608 53	609 59	610 66	611 72
41	612 78	613 84	614 90	615 95	617 00	618 05	619 09	620 14	621 18	622 21
42	623 25	624 28	625 31	626 34	627 37	628 39	629 41	630 43	631 44	632 46
43	633 47	634 48	635 48	636 49	637 49	638 49	639 49	640 48	641 47	642 46
44	643 45	644 44	645 42	646 40	647 38	648 36	649 33	650 31	651 28	652 25
45	653 21	654 18	655 14	656 10	657 06	658 01	658 96	659 92	660 87	661 81
46	662 76	663 70	664 64	665 58	666 52	667 45	668 39	669 32	670 25	671 17
47	672 10	673 02	673 94	674 86	675 78	676 69	677 61	678 52	679 43	680 34
48	681 24	682 15	683 05	683 95	684 85	685 74	686 64	687 53	688 42	689 31
49	690 20	691 08	691 97	692 85	693 73	694 61	695 48	696 36	697 23	698 10

Mantisses des nombres de 50 à 99,9 et 500 à 999: Exemples d'utilisation, voir page 124

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
50	698 97	699 84	700 70	701 57	702 43	703 29	704 15	705 01	705 86	706 72
51	707 57	708 42	709 27	710 12	710 96	711 81	712 65	713 49	714 33	715 17
52	716 00	716 84	717 67	718 50	719 33	720 16	720 99	721 81	722 63	723 46
53	724 28	725 09	725 91	726 73	727 54	728 35	729 16	729 97	730 78	731 59
54	732 39	733 20	734 00	734 80	735 60	736 40	737 19	737 99	738 78	739 57
55	740 36	741 15	741 94	742 73	743 51	744 29	745 07	745 86	746 63	747 41
56	748 19	748 96	749 74	750 51	751 28	752 05	752 82	753 58	754 35	755 11
57	755 87	756 64	757 40	758 15	758 91	759 67	760 42	761 18	761 93	762 68
58	763 43	764 18	764 92	765 67	766 41	767 16	767 90	768 64	769 38	770 12
59	770 85	771 59	772 32	773 05	773 79	774 52	775 25	775 97	776 70	777 43
60	778 15	778 87	779 60	780 32	781 04	781 76	782 47	783 19	783 90	784 62
61	785 33	786 04	786 75	787 46	788 17	788 88	789 58	790 29	790 99	791 69
62	792 39	793 09	793 79	794 49	795 18	795 88	796 57	797 27	797 96	798 65
63	799 34	800 03	800 72	801 40	802 09	802 77	803 46	804 14	804 82	805 50
64	806 18	806 86	807 54	808 21	808 89	809 56	810 23	810 90	811 58	812 24
65	812 91	813 58	814 25	814 91	815 58	816 24	816 90	817 57	818 23	818 89
66	819 54	820 20	820 86	821 51	822 17	822 82	823 47	824 13	824 78	825 43
67	826 07	826 72	827 37	828 02	828 66	829 30	829 95	830 59	831 23	831 87
68	832 51	833 15	833 78	834 42	835 06	835 69	836 32	836 96	837 59	838 22
69	838 85	839 48	840 11	840 73	841 36	841 98	842 61	843 23	843 86	844 48
70	845 10	845 72	846 34	846 96	847 57	848 19	848 80	849 42	850 03	850 65
71	851 26	851 87	852 48	853 09	853 70	854 31	854 91	855 52	856 12	856 73
72	857 33	857 94	858 54	859 14	859 74	860 34	860 94	861 53	862 13	862 73
73	863 32	863 92	864 51	865 10	865 70	866 29	866 88	867 47	868 06	868 64
74	869 23	869 82	870 40	870 99	871 57	872 16	872 74	873 32	873 90	874 48
75	875 06	875 64	876 22	876 79	877 37	877 95	878 52	879 10	879 67	880 24
76	880 81	881 38	881 95	882 52	883 09	883 66	884 23	884 80	885 36	885 93
77	886 49	887 05	887 62	888 18	888 74	889 30	889 86	890 42	890 98	891 54
78	892 09	892 65	893 21	893 76	894 32	894 87	895 42	895 97	896 53	897 08
79	897 63	898 18	898 73	899 27	899 82	900 37	900 91	901 46	902 00	902 55
80	903 09	903 63	904 17	904 72	905 26	905 80	906 34	906 87	907 41	907 95
81	908 49	909 02	909 56	910 09	910 62	911 16	911 69	912 22	912 75	913 28
82	913 81	914 34	914 87	915 40	915 93	916 45	916 98	917 51	918 03	918 55
83	919 08	919 60	920 12	920 65	921 17	921 69	922 21	922 73	923 24	923 76
84	924 28	924 80	925 31	925 83	926 34	926 86	927 37	927 88	928 40	928 91
85	929 42	929 93	930 44	930 95	931 46	931 97	932 47	932 98	933 49	933 99
86	934 50	935 00	935 51	936 01	936 51	937 02	937 52	938 02	938 52	939 02
87	939 52	940 02	940 52	941 01	941 51	942 01	942 50	943 00	943 49	943 99
88	944 48	944 98	945 47	945 96	946 45	946 94	947 43	947 92	948 41	948 90
89	949 39	949 88	950 36	950 85	951 34	951 82	952 31	952 79	953 28	953 76
90	954 24	954 72	955 21	955 69	956 17	956 65	957 13	957 61	958 09	958 56
91	959 04	959 52	959 99	960 47	960 95	961 42	961 90	962 37	962 84	963 32
92	963 79	964 26	964 73	965 20	965 67	966 14	966 61	967 08	967 55	968 02
93	968 48	968 95	969 42	969 88	970 35	970 81	971 28	971 74	972 20	972 67
94	973 13	973 59	974 05	974 51	974 97	975 43	975 89	976 35	976 81	977 27
95	977 72	978 18	978 64	979 09	979 55	980 00	980 46	980 91	981 37	981 82
96	982 27	982 72	983 18	983 63	984 08	984 53	984 98	985 43	985 88	986 32
97	986 77	987 22	987 67	988 11	988 56	989 00	989 45	989 89	990 34	990 78
98	991 23	991 67	992 11	992 55	993 00	993 44	993 88	994 32	994 76	995 20
99	995 64	996 07	996 51	996 95	997 39	997 82	998 26	998 70	999 13	999 57

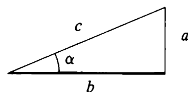


$\sin \alpha = \frac{a}{c}$

Sinus 0 ... 45°

°	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	0	0,00 291	0,00 582	0,00 873	0,01 164	0,01 454	0,01 745	89
1	0,01 745	02 036	02 327	02 618	02 908	03 199	03 490	88
2	03 490	03 781	04 071	04 362	04 653	04 943	05 234	87
3	05 234	05 524	05 814	06 105	06 395	06 685	06 976	86
4	06 976	07 266	07 556	07 846	08 136	08 426	08 716	85
5	0,08 716	0,09 005	0,09 295	0,09 585	0,09 874	0,10 164	0,10 453	84
6	10 453	10 742	11 031	11 320	11 609	11 898	12 187	83
7	12 187	12 476	12 764	13 053	13 341	13 629	13 917	82
8	13 917	14 205	14 493	14 781	15 069	15 356	15 643	81
9	15 643	15 931	16 218	16 505	16 792	17 078	17 365	**80**
10	0,17 365	0,17 651	0,17 937	0,18 224	0,18 509	0,18 795	0,19 081	79
11	19 081	19 366	19 652	19 937	20 222	20 507	20 791	78
12	20 791	21 076	21 360	21 644	21 928	22 212	22 495	77
13	22 495	22 778	23 062	23 345	23 627	23 910	24 192	76
14	24 192	24 474	24 756	25 038	25 320	25 601	25 882	75
15	0,25 882	0,26 163	0,26 443	0,26 724	0,27 004	0,27 284	0,27 564	74
16	27 564	27 843	28 123	28 402	28 680	28 959	29 237	73
17	29 237	29 515	29 793	30 071	30 348	30 625	30 902	72
18	30 902	31 178	31 454	31 730	32 006	32 282	32 557	71
19	32 557	32 832	33 106	33 381	33 655	33 929	34 202	**70**
20	0,34 202	0,34 475	0,34 748	0,35 021	0,35 293	0,35 565	0,35 837	69
21	35 837	36 108	36 379	36 650	36 921	37 191	37 461	68
22	37 461	37 730	37 999	38 268	38 537	38 805	39 073	67
23	39 073	39 341	39 608	39 875	40 141	40 408	40 674	66
24	40 674	40 939	41 204	41 469	41 734	41 998	42 262	65
25	0,42 262	0,42 525	0,42 788	0,43 051	0,43 313	0,43 575	0,43 837	64
26	43 837	44 098	44 359	44 620	44 880	45 140	45 399	63
27	45 399	45 658	45 917	46 175	46 433	46 690	46 947	62
28	46 947	47 204	47 460	47 716	47 971	48 226	48 481	61
29	48 481	48 735	48 989	49 242	49 495	49 748	5	**60**
30	0,5	0,50 252	0,50 503	0,50 754	0,51 004	0,51 254	0,51 504	59
31	51 504	51 753	52 002	52 250	52 498	52 745	52 992	58
32	52 992	53 238	53 484	53 730	53 975	54 220	54 464	57
33	54 464	54 708	54 951	55 194	55 436	55 678	55 919	56
34	55 919	56 160	56 401	56 641	56 880	57 119	57 358	55
35	0,57 358	0,57 596	0,57 833	0,58 070	0,58 307	0,58 543	0,58 779	54
36	58 779	59 014	59 248	59 482	59 716	59 949	60 182	53
37	60 182	60 414	60 645	60 876	61 107	61 337	61 566	52
38	61 566	61 795	62 024	62 251	62 479	62 706	62 932	51
39	62 932	63 158	63 383	63 608	63 832	64 056	64 279	**50**
40	0,64 279	0,64 501	0,64 723	0,64 945	0,65 166	0,65 386	0,65 606	49
41	65 606	65 825	66 044	66 262	66 480	66 697	66 913	48
42	66 913	67 129	67 344	67 559	67 773	67 987	68 200	47
43	68 200	68 412	68 624	68 835	69 046	69 256	69 466	46
44	69 466	69 675	69 883	70 091	70 298	70 505	70 711	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	°

Cosinus 45 ... 90°

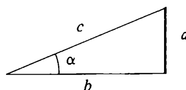


$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

Cosinus 0 ... 45°

°	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	1	1,00 000	0,99 998	0,99 996	0,99 993	0,99 989	0,99 985	89
1	0,99 985	0,99 979	99 973	99 966	99 958	99 949	99 939	88
2	99 939	99 929	99 917	99 905	99 892	99 878	99 863	87
3	99 863	99 847	99 831	99 813	99 795	99 776	99 756	86
4	99 756	99 736	99 714	99 692	99 668	99 644	99 619	85
5	0,99 619	0,99 594	0,99 567	0,99 540	0,99 511	0,99 482	0,99 452	84
6	99 452	99 421	99 390	99 357	99 324	99 290	00 255	83
7	99 255	99 219	99 182	99 144	99 106	99 067	99 027	82
8	99 027	98 986	98 944	98 902	98 858	98 814	98 769	81
9	98 769	98 723	98 676	98 629	98 580	98 531	98 481	**80**
10	0,98 481	0,98 430	0,98 378	0,98 325	0,98 272	0,98 218	0,98 163	79
11	98 163	98 107	98 050	97 992	97 934	97 875	97 815	78
12	97 815	97 754	97 692	97 630	97 566	97 502	97 437	77
13	97 437	97 371	97 304	97 237	97 169	97 100	97 030	76
14	97 030	96 959	96 887	96 815	96 742	96 667	96 593	75
15	0,96 593	0,96 517	0,96 440	0,96 363	0,96 285	0,96 206	0,96 126	74
16	96 126	96 046	95 964	95 882	95 799	95 715	95 630	73
17	95 630	95 545	95 459	95 372	95 284	95 195	95 106	72
18	95 106	95 015	94 924	94 832	94 740	94 646	94 552	71
19	94 552	94 457	94 361	94 264	94 167	94 068	93 969	**70**
20	0,93 969	0,93 869	0,93 769	0,93 667	0,93 565	0,93 462	0,93 358	69
21	93 358	93 253	93 148	93 042	92 935	92 827	92 718	68
22	92 718	92 609	92 499	92 388	92 276	92 164	92 050	67
23	92 050	91 936	91 822	91 706	91 590	91 472	91 355	66
24	91 355	91 236	91 116	90 996	90 875	90 753	90 631	65
25	0.90 631	0,90 507	0,90 383	0,90 259	0,90 133	0,90 007	0,89 879	64
26	89 879	89 752	89 623	89 493	89 363	89 232	89 101	63
27	89 101	88 968	88 835	88 701	88 566	88 431	88 295	62
28	88 295	88 158	88 020	87 882	87 743	87 603	87 462	61
29	87 462	87 321	87 178	87 036	86 892	86 748	86 603	**60**
30	0,86 603	0,86 457	0,86 310	0,86 163	0,86 015	0,85 866	0,85 717	59
31	85 717	85 567	85 416	85 264	85 112	84 959	84 805	58
32	84 805	84 650	84 495	84 339	84 182	84 025	83 867	57
33	83 867	83 708	83 549	83 389	83 228	83 066	82 904	56
34	82 904	82 741	82 577	82 413	82 248	82 082	81 915	55
35	0,81 915	0,81 748	0,81 580	0,81 412	0,81 242	0,81 072	0,80 902	54
36	80 902	80 730	80 558	80 386	80 212	80 038	79 864	53
37	79 864	79 688	79 512	79 335	79 158	78 980	78 801	52
38	78 801	78 622	78 442	78 261	78 079	77 897	77 715	51
39	77 715	77 531	77 347	77 162	76 977	76 791	76 604	**50**
40	0,76 604	0,76 417	0,76 229	0,76 041	0,75 851	0,75 661	0,75 471	49
41	75 471	75 280	75 088	74 896	74 703	74 509	74 314	48
42	74 314	74 120	73 924	73 728	73 531	73 333	73 135	47
43	73 135	72 937	72 737	72 537	72 337	72 136	71 934	46
44	71 934	71 732	71 529	71 325	71 121	70 916	70 711	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	°

Sinus 45 ... 90°

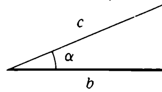


$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

Tangente 0 ... 45°

	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	0	0,00 291	0,00 582	0,00 873	0,01 164	0,01 455	0,01 746	89
1	0,01 746	02 036	02 328	02 619	02 910	03 201	03 492	88
2	03 492	03 783	04 075	04 366	04 658	04 949	05 241	87
3	05 241	05 533	05 824	06 116	06 408	06 700	06 993	86
4	06 993	07 285	07 578	07 870	08 163	08 456	08 749	85
5	0,08 749	0,09 042	0,09 335	0,09 629	0,09 923	0,10 216	0,10 510	84
6	10 510	10 805	11 099	11 394	11 688	11 983	12 278	83
7	12 278	12 574	12 869	13 165	13 461	13 758	14 054	82
8	14 054	14 351	14 648	14 945	15 243	15 540	15 838	81
9	15 838	16 137	16 435	16 734	17 033	17 333	17 633	**80**
10	0 17 633	0,17 933	0,18 233	0,18 534	0,18 835	0,19 136	0,19 438	79
11	19 438	19 740	20 042	20 345	20 648	20 952	21 256	78
12	21 256	21 560	21 864	22 169	22 475	22 781	23 087	77
13	23 087	23 393	23 700	24 008	24 316	24 624	24 933	76
14	24 933	25 242	25 552	25 862	26 172	26 483	26 795	75
15	0,26 795	0,27 107	0,27 419	0,27 732	0,28 046	0,28 360	0:28 675	74
16	28 675	28 990	29 305	29 621	29 938	30 255	30 573	73
17	30 573	30 891	31 210	31 530	31 850	32 171	32 492	72
18	32 492	32 814	33 136	33 460	33 783	34 108	34 433	71
19	34 433	34 758	35 085	35 412	35 740	36 068	36.397	**70**
20	0,36 397	0,36 727	0,37 057	0,37 388	0,37 720	0,38 053	0,38 386	69
21	38 386	38 721	39 055	39 391	39 727	40 065	40 403	68
22	40 403	40 741	41 081	41 421	41 763	42 105	42 447	67
23	42 447	42 791	43 136	43 481	43 828	44 175	44 523	66
24	44 523	44 872	45 222	45 573	45 924	46 277	46 631	65
25	0,46 631	0,46 985	0,47 341	0,47 698	0,48 055	0,48 414	0,48 773	64
26	48 773	49 134	49 495	49 858	50 222	50 587	50 953	63
27	50 953	51 319	51 688	52 057	52 427	52 798	53 171	62
28	53 171	53 545	53 920	54 296	54 673	55 051	55 431	61
29	55 431	55 812	56 194	56 577	56 962	57 348	57 735	**60**
30	0,57 735	0,58 124	0,58 513	0,58 905	0,59 297	0,59 691	0,60 086	59
31	60 086	60 483	60 881	61 280	61 681	62 083	62 487	58
32	62 487	62 892	63 299	63 707	64 117	64 528	64 941	57
33	64 941	65 355	65 771	66 189	66 608	67 028	67 451	56
34	67 451	67 875	68 301	68 728	69 157	69 588	70 021	55
35	0, 70 021	0 70 455	0,70 891	0,71 329	0,71 769	0,72 211	0,72 654	54
36	72 654	73 100	73 547	73 996	74 447	74 900	75 355	53
37	75 355	75 812	76 272	76 733	77 196	77 661	78 129	52
38	78 129	78 598	79 070	79 544	80 020	80 498	80 978	51
39	80 978	81 461	81 946	82 434	82 923	83 415	83 910	**50**
40	0,83 910	0,84 407	0,84 906	0,85 408	0,85 912	0,86 419	0,86 929	49
41	86 929	87 441	87 955	88 473	88 992	89 515	90 040	48
42	90 040	90 569	91 099	91 633	92 170	92 709	93 252	47
43	93 252	93 797	94 345	94 896	95 451	96 008	96 569	46
44	96 569	97 133	97 700	98 270	98 843	99 420	1	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	

Cotangente 45 ... 90°



$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a}$$

Cotangente 0 ... 45°

°	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	∞	343,77 371	171,88 540	114,58 865	85,93 979	68,75 009	57,28 996	89
1	57,28 996	49,10 388	42,96 408	38,18 846	34,36 777	31,24 158	28,63 625	88
2	28,63 625	26,43 160	24,54 176	22,90 377	21,47 040	20,20 555	19,08 114	87
3	19,08 114	18,07 498	17,16 934	16,34 986	15,60 478	14,92 442	14,30 067	86
4	14,30 067	13,72 674	13,19 688	12,70 621	12,25 051	11,82 617	11,43 005	85
5	11,43 005	11,05 943	10,71 191	10,38 540	10,07 803	9,78 817	9,51 436	84
6	9,51 436	9,25 530	9,00 983	8,77 689	8,55 555	8,34 496	8,14 435	83
7	8,14 435	7,95 302	7,77 035	7,59 575	7,42 871	7,26 873	7,11 537	82
8	7,11 537	6,96 823	6,82 694	6,69 116	6,56 055	6,43 484	6,31 375	81
9	6,31 375	6,19 703	6,08 444	5,97 576	5,87 080	5,76 937	5,67 128	**80**
10	5,67 128	5,57 638	5,48 451	5,39 552	5,30 928	5,22 566	5,14 455	79
11	5,14 455	5,06 584	4,98 940	4,91 516	4,84 300	4,77 286	4,70 463	78
12	4,70 463	4,63 825	4,57 363	4,51 071	4,44 942	4,38 969	4,33 148	77
13	4,33 148	4,27 471	4,21 933	4,16 530	4,11 256	4,06 107	4,01 078	76
14	4,01 078	3,96 165	3,91 364	3,86 671	3,82 083	3,77 595	3,73 205	75
15	3,73 205	3,68 909	3,64 705	3,60 588	3,56 557	3,52 609	3,48 741	74
16	3,48 741	3,44 951	3,41 236	3,37 594	3,34 023	3,30 521	3,27 085	73
17	3,27 085	3,23 714	3,20 406	3,17 159	3,13 972	3,10 842	3,07 768	72
18	3,07 768	3,04 749	3,01 783	2,98 869	2,96 004	2,93 189	2,90 421	71
19	2,90 421	2,87 700	2,85 023	2,82 391	2,79 802	2,77 254	2,74 748	**70**
20	2,74 748	2,72 281	2,69 853	2,67 462	2,65 109	2,62 791	2,60 509	69
21	2,60 509	2,58 261	2,56 046	2,53 865	2,51 715	2,49 597	2,47 509	68
22	2,47 509	2,45 451	2,43 422	2,41 421	2,39 449	2,37 504	2,35 585	67
23	2,35 585	2,33 693	2,31 826	2,29 984	2,28 167	2,26 374	2,24 604	66
24	2,24 604	2,22 857	2,21 132	2,19 430	2,17 749	2,16 090	2,14 451	65
25	2,14 451	2,12 832	2,11 233	2,09 654	2,08 094	2,06 553	2,05 030	64
26	2,05 030	2,03 526	2,02 039	2,00 569	1,99 116	1,97 680	1,96 261	63
27	1,96 261	1,94 858	1,93 470	1,92 098	1,90 741	1,89 400	1,88 073	62
28	1,88 073	1,86 760	1,85 462	1,84 177	1,82 906	1,81 649	1,80 405	61
29	1,80 405	1,79 174	1,77 955	1,76 749	1,75 556	1,74 375	1,73 205	**60**
30	1,73 205	1,72 047	1,70 901	1,69 766	1,68 643	1,67 530	1,66 428	59
31	1,66 428	1,65 337	1,64 256	1,63 185	1,62 125	1,61 074	1,60 033	58
32	1,60 033	1,59 002	1,57 981	1,56 969	1,55 966	1,54 972	1,53 987	57
33	1,53 987	1,53 010	1,52 043	1,51 084	1,50 133	1,49 190	1,48 256	56
34	1,48 256	1,47 330	1,46 411	1,45 501	1,44 598	1,43 703	1,42 815	55
35	1,42 815	1,41 934	1,41 061	1,40 195	1,39 336	1,38 484	1,37 638	54
36	1,37 638	1,36 800	1,35 968	1,35 142	1,34 323	1,33 511	1,32 704	53
37	1,32 704	1,31 904	1,31 110	1,30 323	1,29 541	1,28 764	1,27 994	52
38	1,27 994	1,27 230	1,26 471	1,25 717	1,24 969	1,24 227	1,23 490	51
39	1,23 490	1,22 758	1,22 031	1,21 310	1,20 593	1,19 882	1,19 175	**50**
40	1,19 175	1,18 474	1,17 777	1,17 085	1,16 398	1,15 715	1,15 037	49
41	1,15 037	1,14 363	1,13 694	1,13 029	1,12 369	1,11 713	1,11 061	48
42	1,11 061	1,10 414	1,09 770	1,09 131	1,08 496	1,07 864	1,07 237	47
43	1,07 237	1,06 613	1,05 994	1,05 378	1,04 766	1,04 158	1,03 553	46
44	1,03 553	1,02 952	1,02 355	1,01 761	1,01 170	1,00 583	1	45
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	°

Tangente 45 ... 90°